



# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

**Délivré par :**

Institut National Polytechnique de Toulouse (Toulouse INP)

**Discipline ou spécialité :**

Mathématiques Appliquées

---

**Présentée et soutenue par :**

M. THIBAUD VANDAMME

le lundi 12 novembre 2018

**Titre :**

Simulation-inversion des diagraphies

---

**Ecole doctorale :**

Mathématiques, Informatique, Télécommunications de Toulouse (MITT)

**Unité de recherche :**

Centre Européen de Recherche et Formation Avancées en Calcul Scientifique (CERFACS)

**Directeur(s) de Thèse :**

M. SERGE GRATTON

**Rapporteurs :**

M. LAURENT DEBREU, INRIA GRENOBLE - RHONE ALPES

Mme MAI-LINH DOAN, UNIVERSITE GRENOBLE ALPES

**Membre(s) du jury :**

M. JEROME MONNIER, INSA TOULOUSE, Président

M. GERALD DEBENEST, INP TOULOUSE, Membre

Mme FLORENCE HENRY, NEPTUNE ENERGY, Membre

M. SERGE GRATTON, INP TOULOUSE, Membre



## RESUME

L'évaluation des formations géologiques consiste en l'analyse et la synthèse de données de différentes sources, de différentes échelles (microscopique à kilométrique) et acquises à des dates très variables. Le processus conventionnel de caractérisation des formations relève alors de l'interprétation physique spécialisée de chacune de ces sources de données et leur mise en cohérence par des processus de synthèse essentiellement d'ordre statistique (corrélation, apprentissage, up-scaling...). Il s'avère cependant qu'une source de données présente un caractère central : les diagraphies.

Ces mesures physiques de différentes natures (nucléaires, acoustiques, électromagnétiques...) sont réalisées le long de la paroi d'un puits à l'aide de différentes sondes. Elles sont sensibles aux propriétés in situ des roches, et ce, sur une gamme d'échelle centimétrique à métrique intermédiaire aux carottes et données de test de production. De par leur profondeur d'investigation, les données diagraphiques sont particulièrement sensibles au phénomène d'invasion de boue se produisant lors du forage dans l'abord puits. Traditionnellement, l'invasion est modélisée de façon frustrée au moment de l'interprétation diagraphiques par un simple effet piston. Ce modèle simple permet d'honorer le bilan de volume mais ne prend aucunement en compte la physique réelle d'invasion et prive, de fait, les diagraphies de toute portée dynamique. Des essais de modélisation de l'historique d'invasion couplés aux données diagraphiques ont déjà été élaborés par différents laboratoires et une abondante littérature sur le sujet est disponible. Les limitations majeures de ces approches résident dans le caractère sous déterminé des problèmes inverses issus de ces modèles physiques et dans le fait que la donnée diagraphique est réalisée en général sur un intervalle de temps inadaptée au regard du développement de l'invasion.

Nous proposons une approche différente qui s'attèle non pas à décrire la physique de l'écoulement mais celle de l'équilibre radial des fluides dans le domaine envahi lorsque les diagraphies sont acquises. Nous montrons qu'en introduisant quelques contraintes pétrophysiques supplémentaires, il est possible d'inverser efficacement la distribution des propriétés dynamiques pour chaque faciès géologique. L'inversion prend en compte le phénomène d'invasion radial dans la zone à eau ainsi que l'équilibre capillaire vertical caractérisant le profil de saturation dans le réservoir pour chaque faciès. A chaque profondeur du puits, sont ainsi obtenues perméabilités, pressions capillaires et facteurs de cimentation avec leurs incertitudes ainsi que les lois pétrophysiques propres à chaque faciès.

Cette méthode a été appliquée à deux puits réels. En guise de validation, les résultats d'inversion ont été comparés aux mesures laboratoire faites sur carotte. De plus, les perméabilités inversées ont été comparées aux transitoires de pression de mini-tests. La cohérence des résultats montre que, d'une part, les hypothèses de base du modèle sont validées et que, d'autre part, l'approche fournit une estimation fiable de grandeurs dynamiques à toute échelle pour chaque faciès réservoir, et ce, dès l'acquisition des données diagraphiques.

L'approche d'inversion proposée a permis de lever une limitation majeure des précédentes tentatives de prédiction des propriétés dynamiques par les diagraphies en reconsidérant la problématique non pas sous l'angle d'une modélisation phénoménologique exacte mais en l'abordant de manière globale à l'échelle d'une chaîne d'étude complète. Cette approche permet de fait une mise en cohérence très précoce des données, d'identifier les faciès d'intérêt et de qualifier les besoins véritables en données. Cet outil s'avère très puissant pour qualifier et caractériser les hétérogénéités pétrophysiques des formations et aider ainsi à résoudre le problème de mise à l'échelle des grandeurs dynamiques.

## REMERCIEMENTS

Un cycle se termine et un nouveau commence. Par ces quelques lignes, j'aimerais apporter ma gratitude à tous ceux qui ont contribué à la réussite de cette thèse. En premier lieu, j'aimerais remercier Emmanuel Caroli. Ses qualités humaines et scientifiques ont été indispensables pour la réussite de ce travail. J'ai énormément appris à ses côtés, et ses conseils avisés continueront à guider le reste de ma vie professionnelle. Je remercie aussi Serge Gratton pour sa bienveillance et pour avoir toujours pu se rendre disponible pour me conseiller sur les points mathématiques de ma thèse. Un grand merci à Mai-Linh Doan et Laurent Debreu, qui ont accepté d'être les rapporteurs de ma thèse, pour leurs retours constructifs. Merci aussi à Jérôme Monnier, Florence Henry et Gérard Debenest pour leur participation et leur investissement au sein de mon jury de thèse.

Je tiens également à remercier le CERFACS et l'équipe ALGO de m'avoir accueilli tout au long de ces années. Merci notamment à ceux avec qui j'ai partagé mon bureau (« la tour de contrôle ») : Zaikun, Nasser et Anthony, ainsi qu'aux autres membres et anciens membres de l'équipe : Jean Baptiste, Oliver, Philippe, Paul, Carola, Thibaut, Youssef, El-Houcine, Xavier, Anthony, Selime, Iain, Uli, Mario... Les discussions et débats (parfois animés !) qu'on a pu avoir vont beaucoup me manquer. Je les remercie également pour le soutien qu'ils ont pu m'apporter dans les passages difficiles et les moments de doute que j'ai pu avoir. Je tiens bien sûr à remercier Chantal et Brigitte, qui m'ont beaucoup aidé pour tout ce qui relevait des tâches administratives et pour l'organisation de la soutenance.

Je remercie Richard Rivenq, David Gourlay et Jean-Pierre Duneau d'avoir accepté de financer ce travail dans le cadre du programme R&D « Field Reservoir », en conjonction avec l'ANRT. Merci à Rémy Truchetet et Loïc Tarouilly pour m'avoir accueilli au sein du département COP, et à Marie Pierre Dufeyte, Alexandre Poulard et Francisco Sancho pour avoir suivi mes travaux avec l'équipe FE. Je tiens à exprimer ma gratitude à Pierre Thore et Peppino Terpollili, qui ont supervisé mon travail d'un point de vue mathématiques appliquées et avec qui j'ai pu avoir des conversations enrichissantes. Merci aussi à Bruno Duc et Mathieu Noirot, qui m'ont permis de terminer ma thèse au sein de MODIS. Une nouvelle aventure a déjà commencé avec l'équipe ITD. Merci à Caroline, Victor, Margaux, Saba, Bulat, Jean-Baptiste de m'avoir accompagné ces derniers mois.

J'aimerais terminer en remerciant ma famille et mes amis qui m'ont aidé et soutenu tout au long de mon parcours scolaire et universitaire.

## TABLE DES MATIERES

<b>Résumé .....</b>	<b>2</b>
<b>Remerciements.....</b>	<b>3</b>
<b>Table des matières.....</b>	<b>4</b>
<b>Introduction .....</b>	<b>7</b>
Les différentes échelles de l'évaluation physique des roches .....	7
La plus petite échelle : la mesure laboratoire .....	7
La macro échelle : les essais de puits.....	8
L'échelle intermédiaire : les diagraphies .....	9
La problématique de la thèse.....	11
<b>Chapitre 1 : Etat de l'art concernant l'évaluation des formations et la synthèse pétrophysique .....</b>	<b>13</b>
1. Saturations par interprétation des diagraphies de résistivités .....	13
1.1 Modèle de référence : équation d'Archie .....	15
1.2 Extension du modèle d'Archie aux cas argileux.....	16
2. Saturations par pressions capillaires .....	18
2.1 Définition .....	18
2.2 Paramétrage des courbes de pression capillaire .....	21
3. Modèles de perméabilité .....	23
3.1 Problématique texturale et modélisation du réseau de pores.....	24
3.2 Modèles empiriques .....	25
3.3 Modèles de perméabilités relatives.....	28
4. Modèles de saturation .....	31
5. Notion de pétro-facies .....	32
<b>Chapitre 2 : Modélisation de l'abord puits et simulation de l'invasion .....</b>	<b>34</b>
1. Modélisation de l'abord puits et des outils diagraphiques.....	34
1.1 Modélisation de l'invasion dans abord puits et interprétation des diagraphies.....	35
1.2 Inversion géométrique des outils diagraphiques .....	41
2. Simulation de l'invasion .....	44
2.1 Bilan phénoménologique des processus physiques mis en jeu.....	44
2.2 Modélisation du processus d'invasion .....	46
3. Tentatives d'inversion des paramètres pétrophysiques intégrant la modélisation de l'invasion.....	52
4. Conclusion .....	56

<b>Chapitre 3 : Méthode d'inversion des propriétés pétrophysiques par faciès.....</b>	<b>57</b>
1. Modélisation de l'invasion d'une boue à huile dans une zone à eau .....	57
1.1 Hypothèse d'équilibre capillaire et formalisme utilisé pour décrire les profils de saturation .....	57
1.2 Simulation du profil de résistivité .....	64
1.3 Analyse de sensibilité .....	65
2. Simulation des diagraphies de résistivité.....	70
3. Inversion de la zone à eau envahie par une boue à huile.....	71
3.1 Construction du vecteur des inconnues.....	72
3.2 Le problème d'optimisation .....	73
3.3 Etude du problème d'optimisation .....	74
3.4 Inversion de la zone à eau d'un cas d'étude.....	77
3.5 Schéma complet d'inversion.....	83
3.6 Conclusion du chapitre.....	96
<b>Chapitre 4 : Etude critique de la méthode d'inversion pétrophysique des diagraphies.....</b>	<b>99</b>
1. Etude de la stabilité de l'inversion pétrophysique .....	99
1.1 Survol des principaux algorithmes d'optimisation .....	99
1.2 Sensibilité de l'algorithme <i>sqp</i> par rapport au point de départ .....	104
1.3 Comparaison entre méthode avec gradient ( <i>sqp</i> ) et méthode sans gradient ( <i>cmaes</i> ) .....	105
1.4 Stratégie de type <i>multi-start</i> pour l'inversion d'une cote de la zone à eau .....	106
2. Etude de la sensibilité de l'inversion pétrophysique .....	107
2.1 Présentation du puits synthétique.....	107
2.2 Résultats de sensibilité de l'inversion pétrophysique zone à eau .....	110
2.3 Résultats de sensibilité de l'inversion pétrophysique zone à hydrocarbure.....	112
3. Sensibilité aux saturations irréductibles .....	117
4. Conclusion .....	119
<b>Chapitre 5 : Extension de la méthode vers une inversion multi-faciès .....</b>	<b>120</b>
1. Cas d'application 1.B : Inversion pétrophysique sur un faciès hétérogène .....	120
2. Cas d'application 2: Inversion pétrophysique multi-faciès .....	126
2.1 Présentation du cas d'étude.....	126
2.2 Résultats d'inversion .....	127
3. Conclusion du chapitre .....	140
<b>Conclusion .....</b>	<b>142</b>
<b>Bibliographie .....</b>	<b>145</b>

## Table des matières

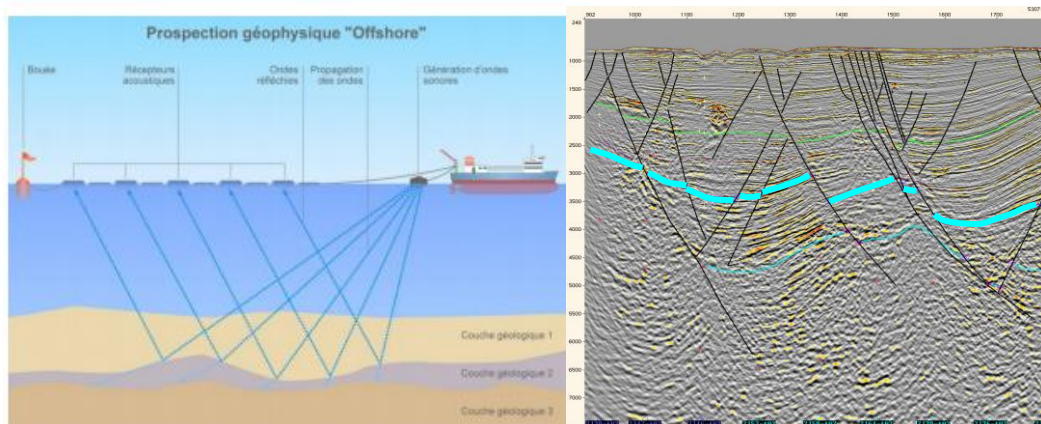
<b>Nomenclature.....</b>	<b>152</b>
<b>Annexe 1 : Paramètres de référence pour l'analyse de sensibilité.....</b>	<b>154</b>
<b>Annexe 2 : Article de conférence pour la présentation donnée à la SPWLA en juin 2017 .....</b>	<b>155</b>

## INTRODUCTION

### Les différentes échelles de l'évaluation physique des roches

L'estimation des propriétés physiques des roches du sous-sol est une étape essentielle dans l'évaluation du potentiel pétrolier d'un objet géologique souterrain ou la prédiction du comportement d'un gisement au cours du temps. De ces données découlera un modèle qui servira à prendre toutes les décisions industrielles relatives à cet actif.

L'accès à ces éléments d'appréciation des gisements n'est possible que par un ensemble de mesures et de techniques diverses et prises à des échelles très différentes. Dans le cadre de la prospection pétrolière, l'un des premiers types de mesures est l'imagerie sismique. Cette technique permet de visualiser les objets géologiques souterrains de par l'analyse des ondes sismiques réfléchies sur les contrastes du sous-sol (signal artificiel émis en surface). Elle permet d'obtenir une image 2D ou 3D de surfaces du milieu sur typiquement des dimensions de l'ordre de 1 000 km<sup>2</sup> pour des profondeurs inférieures à 10 km. Une première estimation de la dimension et de l'enveloppe des objets géologiques d'intérêt est ainsi possible.



**Figure 0.1 Essais sismiques en mer (à gauche) et profil sismique (à droite)**

C'est très généralement sur la base des données sismiques que des campagnes d'explorations sont menées et se concrétisent par le forage de puits d'exploration. Ces derniers ont pour vocation de traverser les objets cibles et prouver l'existence d'accumulations d'hydrocarbures. A cette fin, un nouveau jeu de mesures peut alors être acquis.

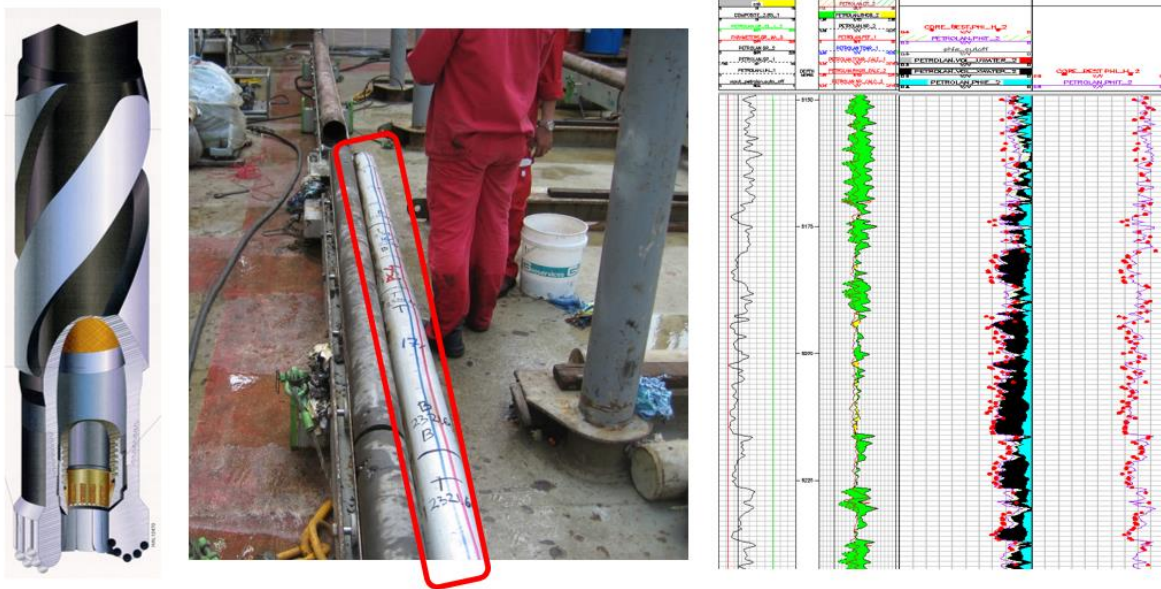
### La plus petite échelle : la mesure laboratoire

Des échantillons (« carottes ») peuvent être prélevés au moment du forage d'un puits pour être analysés ensuite en laboratoire. Chaque carotte est généralement d'une longueur pluri-métrique pour des diamètres décimétriques. De ces dernières sont prélevés des sous-échantillons cylindriques (« plugs ») de taille centimétrique sur lesquels une batterie de mesures est effectuée en laboratoire afin de mesurer leurs propriétés. Il s'agit, entre autres, des propriétés caractérisant le milieu poreux de la formation à considérer, notamment :



- La porosité, qui est la fraction de pores contenues dans une roche ;
- La perméabilité, qui est la capacité de la roche à laisser s'écouler un fluide.

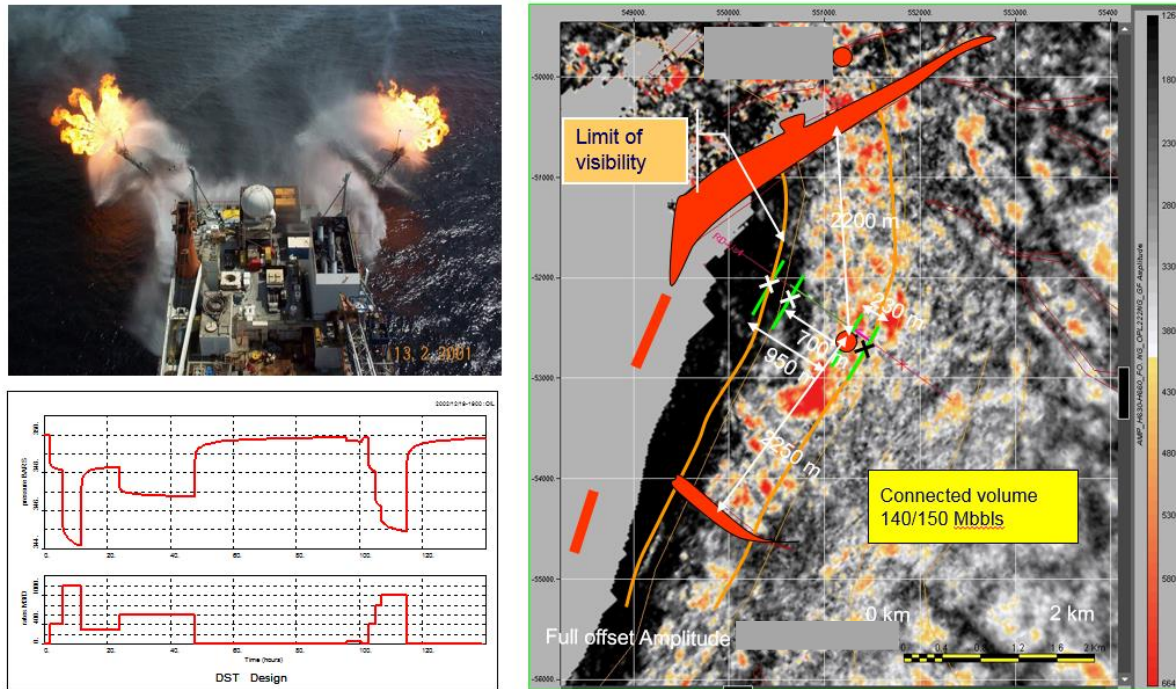
D'autres mesures complémentaires peuvent être prises, comme les mesures de pressions capillaires ou de perméabilités relatives, qui seront explicitées au chapitre 1. Ces mesures ont l'avantage de donner le comportement pétrophysique de l'échantillon étudié mais ne sont valides qu'à l'échelle du sous-échantillon. Ainsi, les mesures effectuées en laboratoire ne sont pas nécessairement représentatives de la qualité pétrophysique et de la dynamique du réservoir considéré. Des techniques, essentiellement d'ordre statistique sont alors utilisées pour réconcilier, faire la synthèse de ces mesures et les mettre à l'échelle d'intérêt : celle de la maille géologique ou réservoir. Il s'agit du processus de synthèse pétrophysique que nous présenterons au chapitre 1.



**Figure 0.2 Outil de carottage (à gauche), carotte remontée à la surface (au centre), mesures pétrophysiques représentées en fonction de la profondeur (points rouges sur le graphique de droite)**

## La macro échelle : les essais de puits

Un autre moyen d'évaluer les propriétés du milieu, directement en lien avec le comportement du futur gisement, concerne les essais de puits. Cela consiste à mettre en production un puits pendant un intervalle de temps limité et à en étudier la réponse en pression en cours ou après débit. Cela permet d'accéder à une indication globale quant à la qualité du réservoir et d'estimer les limites du gisement. L'échelle d'investigation est donc directement l'échelle réservoir, qui s'étend sur plusieurs kilomètres. Les essais de puits permettent de qualifier la performance globale d'un gisement, mais peuvent, en contrepartie, échouer à capter des hétérogénéités locales jouant un rôle dans le comportement long terme du champ. A cette fin, d'autres méthodes de tests sont possibles, localisées sur un intervalle profondeur donné (« mini-tests ») et avec un rayon d'investigation plus faible (décamétrique). Ces techniques permettent d'étudier le comportement dynamique d'un seul banc en particulier.



**Figure 0.3 Principe d'un essai de puits en bas à gauche (débit imposé en bas et réponse en pression en haut) et limite de visibilité du test par rapport à la taille du gisement à droite**

## L'échelle intermédiaire : les diagraphies

Au moment même du forage d'un puits, ou immédiatement après, peuvent être descendues des sondes capables de réaliser la mesure de grandeurs physiques (continues ou discrètes) le long de la paroi du puits. Il s'agit des diagraphies. De façon générale, ces mesures sont réalisées à l'aide de sondes composées en majorité d'une source émettrice (acoustique, électromagnétique, nucléaire...) et de un ou plusieurs détecteurs. Chaque diagraphie peut être réalisée après le forage (diagraphies dites au câble ou *WireLine*) ou pendant le forage (diagraphies aux tiges ou *Logging While Drilling*), en trou ouvert (la roche reste à découvert - open hole logging) ou tubé (le puits est stabilisé à l'aide d'un tube d'acier descendu et cimenté contre la paroi rocheuse - cased hole logging). Chaque mesure répond à une physique différente. On peut notamment citer les diagraphies de :

- **Résistivité:** Des courants électriques sont injectés ou créés dans la formation moyennant un champ électrique imposé. La mesure de ces courants est directement proportionnelle à la résistivité de la formation, et ce, à différentes profondeurs d'investigation. Les résistivités sont utilisées pour quantifier les teneurs en hydrocarbures des roches du fait qu'eau et hydrocarbures ont des résistances électriques bien différenciées.
- **Neutron Porosité:** La formation est bombardée de neutrons capables d'interagir avec les noyaux d'hydrogène de la formation. De ces interactions découle une perte progressive d'énergie des neutrons incidents. Des détecteurs neutron comptent à différentes distances de la source le flux de neutrons revenant à l'outil. Ce flux est proportionnel à la quantité d'hydrogènes vu par les

neutrons. Dans une roche, l'hydrogène est essentiellement porté par les molécules d'eau et d'hydrocarbures. De fait, un outil neutron permet d'évaluer la teneur en fluides des roches, autrement dit, leur porosité.

- **Densité** : Des rayons gamma sont émis à l'aide d'une source et interagissent avec les électrons de la formation. Chaque rayon gamma, en fonction du nombre de collisions subies, perdra une certaine quantité d'énergie (effet Compton). Cette perte d'énergie, relevée sur des détecteurs, renseigne sur la densité de la formation. La combinaison des mesures de densité et de Neutron est utilisée comme indication de lithologie et de porosité.
- **Nuclear Magnetic Resonance (NMR)** : Des salves de pulses magnétiques sont envoyées dans la formation et agissent sur le spin des noyaux d'hydrogènes présents dans la formation. Ces derniers, en retour, produisent des échos magnétiques dont l'amplitude dépend du nombre de spin capables de rester en phase. L'atténuation progressive du signal d'écho est liée aux degrés de libertés des différents hydrogènes du milieu, gouverné essentiellement par le niveau de mobilité du fluide portant les hydrogènes (eau ou hydrocarbure). On peut relier à la donnée NMR la distribution des tailles de pores de la roche.

Les diagraphies sont utilisées pour évaluer *in situ* la formation géologique présente dans l'abord puits et couverte par le rayon d'investigation des différentes mesures (allant de quelques centimètres à plusieurs mètres pour les plus profondes). Chaque diagraphie est réalisée en continu le long de la paroi du puits ; ce type de mesure peut donc être considéré, contrairement aux données laboratoires, comme quasiment continue et se situe de fait à une échelle verticale métrique, intermédiaire aux autres sources de données décrites jusqu'alors (échantillons laboratoires, mini-tests et tests de production).

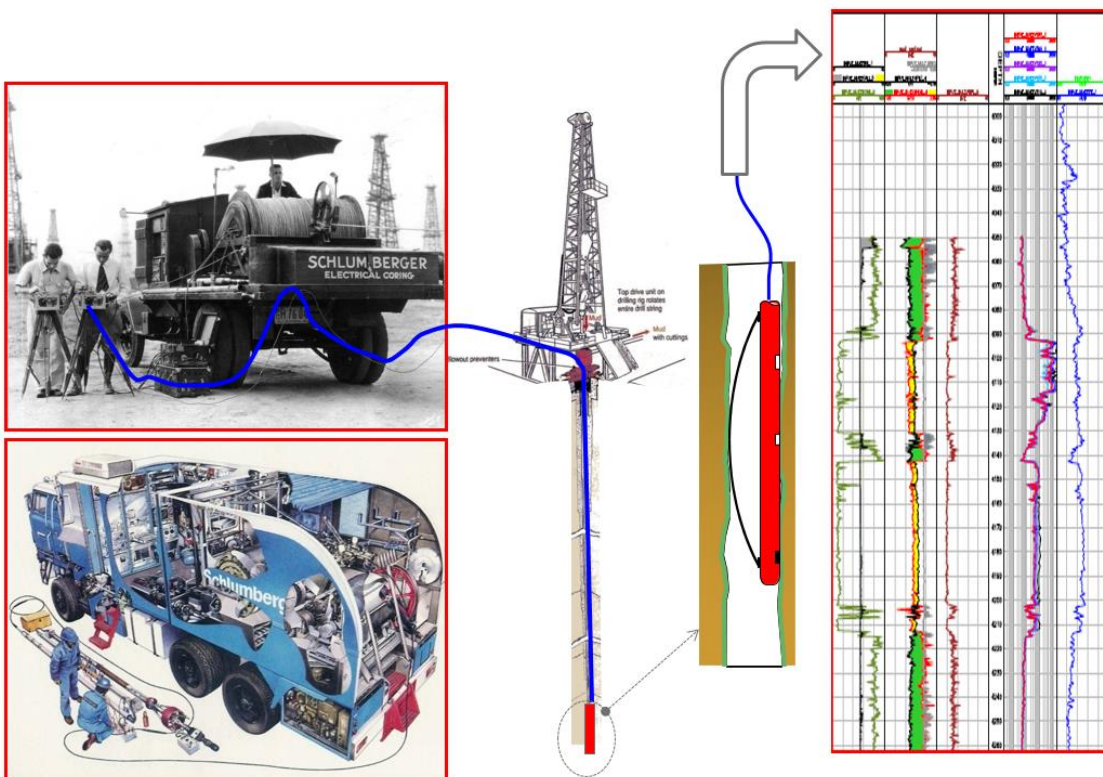


Figure 0.4 Principe de mesure d'une diagraphie et résultat obtenu

## La problématique de la thèse

Les diagraphies jouent un rôle central dans le processus d'interprétation pétrophysique car elles font le lien entre toutes les sources de mesures disponibles en termes d'échelle, de continuité ou de représentativité. Par ailleurs, la grande variété d'outils et de physiques autorise un large champ d'investigation pour la qualification de l'abord puits. Toutefois, le processus conventionnel de synthèse des données pétrophysique de puits est réalisé grâce essentiellement à des méthodes statistiques ou empiriques aboutissant à plusieurs inconvénients :

- Le processus d'analyse est segmenté ; à chaque type de mesure correspond un ensemble de méthodes spécifiques ne résolvant qu'un problème particulier à la fois (données diagraphiques pour les volumétriques, pétrophysiques laboratoire pour les dynamiques petites échelles et données test pour les dynamiques grandes échelles...). De fait, nombre d'équations physiques ne sont résolues qu'à une échelle spécifique liée à un jeu de données, sans intégration multi-échelle ou multi-physique ;
- Le processus de synthèse est séquentiel et non itératif. Il faut ainsi disposer de toutes les mesures les unes après les autres et à toutes les échelles pour délivrer un modèle physique de formation convenable. De fait, le processus de synthèse est reporté à la fin de la séquence d'acquisition de données sans qu'il ne soit possible d'anticiper la production d'une évaluation globale complète (même frustrée) des propriétés des formations géologiques.

La problématique de ce mémoire traite des méthodes de synthèse physique permettant de produire des modèles d'abord puits capables de simuler et reproduire numériquement l'ensemble des mesures à disposition (multi-physique et multi-échelle). A ce titre, les diagraphies jouent un rôle central car elles couvrent d'une part une échelle intermédiaire essentielle dans la mise en cohérence des données puits et elles apportent une compréhension locale et continue de la pétrophysique aussi bien statique (volumétrique) que dynamique. En effet, les diagraphies sont le seul témoin d'un phénomène singulier ayant lieu lors du forage du puits : l'invasion de boue dans la formation. La boue, utilisée pour maintenir l'équilibre de pression du puits, envahit progressivement les pores des roches réservoir de l'abord puits (zones ayant une bonne perméabilité et porosité). Ce processus peut s'apparenter aux tests d'injections effectués en laboratoire permettant d'obtenir perméabilités et pressions capillaires. Chaque diagraphie porte ainsi une information dynamique *in situ* et continue originale au travers du signal d'invasion. Le sujet d'étude de cette thèse consiste donc à élaborer un modèle d'assimilation de données diagraphiques dans le but de construire un modèle pétrophysique statique et dynamique multi-échelle capable de reproduire l'ensemble des observables au puits, et tout particulièrement les signaux d'invasion.

L'objectif à terme est d'établir un modèle numérique de l'abord puits permettant de réconcilier tous les types de mesure effectuées au cours du temps. Un tel modèle aurait un intérêt stratégique certain pour l'industrie pétrolière. Il permettrait en outre de dénoncer les mesures pouvant être redondantes ou au contraire de valoriser celles portant une information essentielle sur le gisement. Il aiderait ainsi à la prise de décision concernant les nouvelles acquisitions en indiquant quelles sont les données les plus pertinentes à prendre pour obtenir le modèle le plus réaliste possible. Cela entraînerait à terme des cycles de développement plus court en limitant l'exposition financière de TOTAL. Notre travail de thèse, qui s'est concentré sur l'assimilation des données diagraphiques, est une première étape dans l'élaboration de cet outil.



Nous présenterons dans le premier chapitre les bases de l'interprétation et synthèse pétrophysique, en introduisant les formalismes fondamentaux qui serviront par la suite à la modélisation des données. Nous ferons dans un deuxième chapitre un bilan bibliographique des essais existants de modélisation multi-physique d'abord puits intégrant la modélisation d'invasion de boue. Le troisième chapitre développera les hypothèses et le formalisme utilisés pour simuler le processus invasion et ses signatures diagraphiques. Ce même chapitre détaillera ensuite la façon de poser le problème inverse en vue d'estimer les principales grandeurs dynamiques. Le quatrième chapitre fait une étude critique de la méthode d'inversion, aussi bien d'ordre mathématique, numérique que physique. Enfin, le cinquième chapitre traite de la généralisation de l'approche vers les cas hétérogènes et multi-faciès.

Le travail présenté dans ce mémoire a donné lieu aux présentations suivantes :

- Une présentation à la conférence internationale SPWLA (Society of Petrophysicists and Well Log Analysts) en juin 2017, référence dans le domaine de l'inversion des diagraphies, pour laquelle un article de conférence a été rédigée. Cet article est reporté en annexe.
- Trois présentations à la conférence Mathias, organisée par TOTAL, réparties tout au long de la thèse.
- Deux séminaires internes « Journée des Doctorants CERFACS » en 2016 et 2017 présentés au CERFACS.
- Une présentation à la conférence SMAI-MODE en mars 2016.

## **CHAPITRE 1 : ETAT DE L'ART CONCERNANT L'EVALUATION DES FORMATIONS ET LA SYNTHESE PETROPHYSIQUE**

L'évaluation de formation consiste à quantifier les propriétés pétrophysique des roches de l'abord puits afin d'aider à l'évaluation d'un objet géologique suite au forage d'au moins un puits. Elle permet d'obtenir une première estimation des volumes d'hydrocarbures au puits et d'estimer le comportement dynamique local. A la fin de cette étape, un modèle statique au puits est construit et sert de point de calage aux modèles réservoir. Ce modèle comporte notamment les principales propriétés pétrophysiques du réservoir et un découpage en faciès correspondant aux principales unités géologiques. L'enjeu est alors d'être en mesure de propager l'information du puits à l'ensemble du gisement au moyen de lois macroscopiques liant chaque propriété entre elles. .

A ce titre, les saturations ont une importance centrale dans la mesure où elles sont au croisement des grandeurs statiques et dynamiques, leur logique de distribution dépendant à la fois des grandeurs volumétriques et dynamiques. Nous présenterons dans la première partie de ce chapitre la façon de quantifier les saturations à l'aide des diagraphies. Nous présenterons ensuite le lien pétrophysique entre saturations et pressions capillaires telles que défini classiquement sur des échantillons carotte. Nous introduirons dans une troisième partie la perméabilité et les liens existant avec les pressions capillaires. Nous présenterons enfin les modèles de saturations inhérents aux faciès géologiques et la façon de les élaborer.

### **1. Saturations par interprétation des diagraphies de résistivités**

Il existe plusieurs catégories de sonde permettant l'acquisition de diagraphies de résistivités. On peut notamment citer :

- Les sondes *Laterolog* : des électrodes envoient un courant focalisé dans la formation à l'aide d'électrodes de garde obligeant le courant émis à pénétrer perpendiculairement dans la formation suivant un faisceau de lignes de force parallèles. Ce type de sonde donne des réponses beaucoup moins influencées par la colonne de boue ou par les épontes dans la mesure où ce dispositif permet une bonne résolution verticale de l'outil.
- Les sondes à bobines d'induction : un oscillateur émet un courant alternatif d'amplitude constante à des fréquences de 10 à 100 kHz (pour les *Wireline*) ou jusqu'à 2 Mhz (pour les LWD). Il en résulte un champ électro-magnétique alternatif qui se répand dans la formation et dont l'amplitude est proportionnelle à la dérivée du flux magnétique. Ce champ fait circuler des courants de Foucault dont l'intensité sera proportionnelle à la conductivité des couches.

On trouvera dans (Serra *et al.*, 2003) une description détaillée du fonctionnement de ces outils.

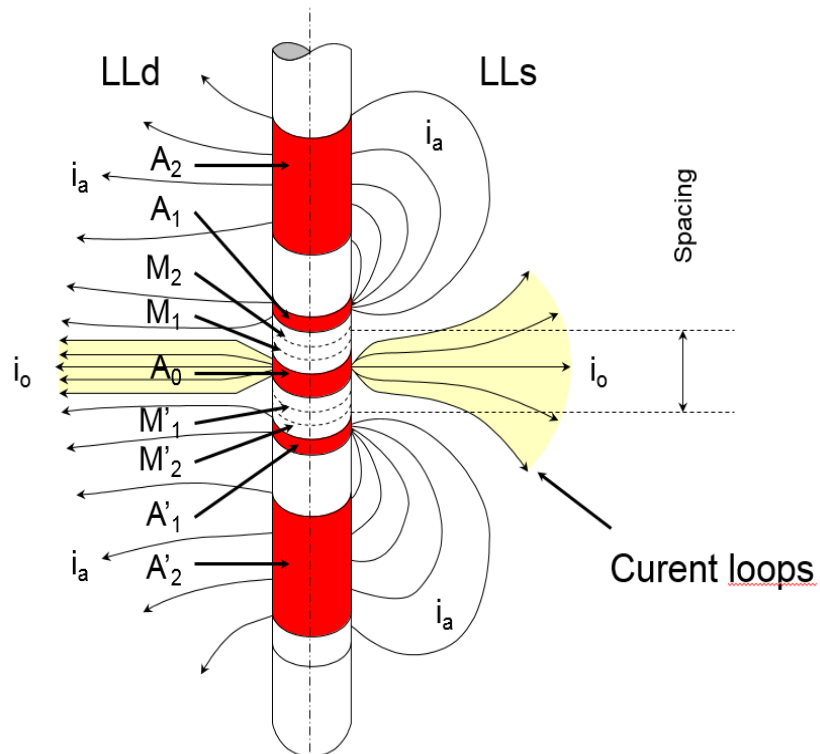


Figure 1.1 Fonctionnement d'une sonde *laterolog*

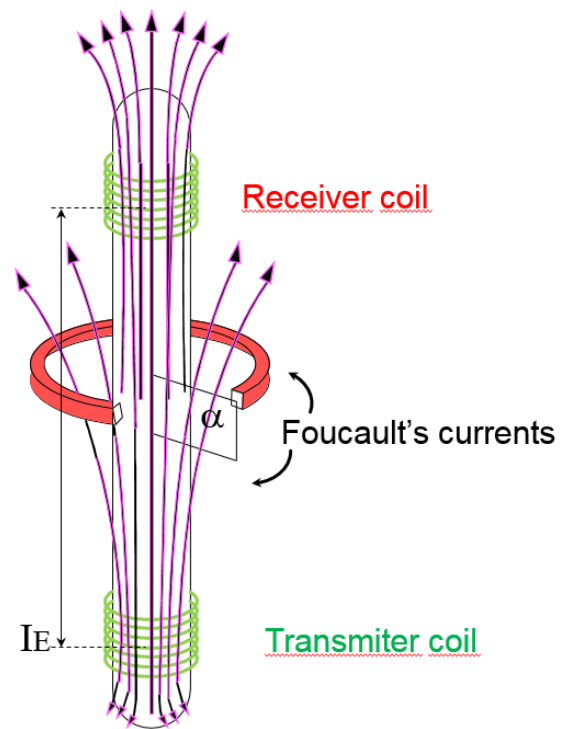


Figure 1.2 Fonctionnement d'une sonde à bobine d'induction

Ces dispositifs permettent de lire à différentes profondeurs dans la formation, dans la zone envahie et dans la zone vierge. Cette problématique sera traitée dans le chapitre 2. La résistivité utilisée pour le calcul des saturations est la résistivité de la zone vierge  $R_t$ . Aucun outil ne peut directement donner une mesure de cette propriété, celle-ci étant perturbée par plusieurs phénomènes (invasion de boue, effet d'épontes pour des bancs fins, ...). La mesure doit alors être corrigée afin de compenser ces effets parasites, souvent à l'aide d'abaques. Une fois la résistivité de la zone vierge calculée, le calcul des saturations est possible.

## 1.1 Modèle de référence : équation d'Archie

Les diagraphies de résistivités sont principalement utilisées pour le calcul des saturations en eau. Les équations reliant résistivités (ou conductivités) et saturations en milieu poreux reposent sur l'équation d'Archie (Archie, 1942). Cette formule est historiquement une des plus utilisées et est à l'origine des méthodes d'interprétation diagraphique utilisées dans le domaine pétrolier. Elle est donnée par :

$$S_w^n = \frac{a \cdot R_w}{\phi^m R_t} \quad (1.1)$$

Où  $R_t$  est la résistivité de la formation,  $R_w$  la résistivité de l'eau,  $\phi$  la porosité et  $S_w$  la saturation en eau.

Cette équation est construite sur les hypothèses suivantes :

- Tous les minéraux sont infiniment résistifs (aucun minéral conducteur)
- Les hydrocarbures sont infiniment résistifs
- Seule la phase eau est conductrice au travers de son contenu en ions dissous

Les paramètres introduits par Archie sont les suivants :

- Le facteur de tortuosité  $a$
- Le facteur de cimentation  $m$
- Le facteur de saturation  $n$

Ces paramètres peuvent être ajustés à l'aide de mesures effectuées en laboratoire sur une gamme variée d'échantillons prélevés au puits. Archie a introduit la notion de facteur de formation, donné par :

$$F = \frac{a}{\phi^m} \quad (1.2)$$

Il est égal au ratio  $\frac{R_t}{R_w}$  lorsque la roche est complètement saturée en eau. Archie considérait ce paramètre comme étant directement lié aux propriétés pétrophysiques de la roche, notamment la tortuosité. Différents essais ont été réalisés dans le but d'explicitier cette relation. L'équation d'Archie n'est cependant plus valide en présence d'argile puisqu'une des hypothèses fondamentales n'est pas respectée : un des minéraux est conducteur. Le facteur de formation doit alors être modifié afin de prendre en compte l'excédent de conductivité électrique lié aux argiles. Nous avons représenté figure 1.3 un « Pickett plot », c'est-à-dire la porosité en fonction de la résistivité sur une échelle logarithmique. La loi d'Archie peut y être observée graphiquement. La droite rouge représente la relation entre résistivité



et porosité pour une zone à eau. Son coefficient directeur est  $-\frac{1}{m}$ . Les points se retrouvant au dessus de cette tendance sont caractéristiques d'une zone à hydrocarbures. Le facteur de saturation  $n$  exprime la distance graphique entre lignes d'iso-saturation. On retrouve que plus la résistivité augmente, plus la saturation diminue. Cette tendance est valide pour des réservoirs propres mais ne l'est plus nécessairement en présence d'argile qui diminue la résistivité de la zone dans laquelle elle se trouve.

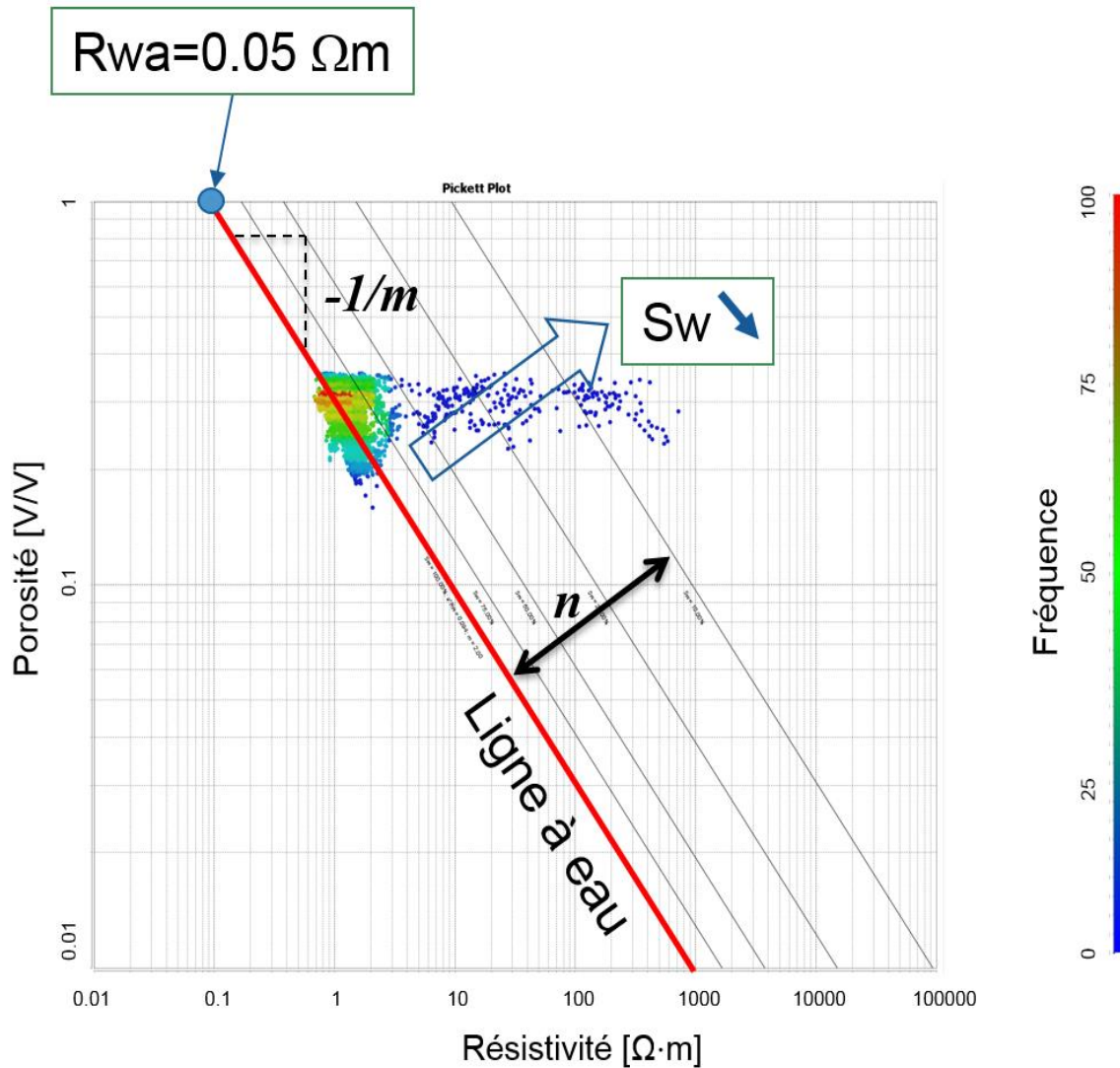


Figure 1.3 Pickett plot

## 1.2 Extension du modèle d'Archie aux cas argileux

Plusieurs modèles intégrant la présence d'argiles ont été développés afin de généraliser la loi d'Archie. Le modèle de Simandoux (Simandoux, 1963) est un des plus connus. Il considère l'argile comme étant un medium ayant une conductivité homogène et introduit une correction empirique à la loi d'Archie. (Bardon *et al.*, 1969) proposa la relation suivante, basée sur ce principe :

$$\frac{1}{R_t} = \frac{S_w^2}{F \cdot R_w} + \frac{V_{cl} \cdot S_w}{R_{cl}} \quad (1.3)$$

Où  $V_{cl}$  est le volume d'argile et  $R_{cl}$  la résistivité de l'argile. Toutes les grandeurs réservoir ( $S_w$  et  $\phi$ ) sont exprimées en effectif. On retrouve la loi d'Archie pour un volume d'argile nul. Cette relation est réputée être efficace pour des formations ayant des salinités assez élevées, mais sa performance est moindre pour des formations de plus basse salinité. (Poupon *et al.*, 1971) développa l'équation *Indonesia* suivant la même logique :

$$\frac{1}{\sqrt{R_t}} = \left( \frac{V_{cl}^{1-\frac{n}{2}}}{\sqrt{R_{cl}}} + \frac{\phi^{m/2}}{\sqrt{a \cdot R_w}} \right) \times S_w^{\frac{n}{2}} \quad (1.4)$$

Cette équation fait apparaître un terme **additionnel** de conductivité, intégralement lié aux argiles. Elle nécessite toutefois la connaissance du paramètre  $R_{cl}$ . Traditionnellement, on prend la valeur moyenne des résistivités des argiles environnantes en faisant l'hypothèse que ces dernières sont identiques à celles présentes dans le réservoir.

Cette relation s'est révélée être applicable à une plus large gamme de formations, notamment aux milieux laminés. On peut enfin citer le modèle de Waxman-Smits exprimé suivant la formulation de Juhasz (Waxman & Smits, 1968; Juhasz, 1981) :

$$\left\{ \begin{array}{l} S_t(r) = \frac{S_w(r) \cdot \phi + V_{cl} \cdot \phi_{cl}}{\phi_t} \\ QVN = V_{cl} \cdot \frac{\phi_{cl}}{\phi_t} \\ m^* = m + k_1 \cdot QVN + k_3 \cdot QVN^2 + k_4 \cdot QVN^3 \\ F^* = \frac{a}{\phi_t^{m^*}} \\ R(r) = \left[ \frac{S_t^n(r)}{F^*} \cdot \left( \frac{1}{R_w} + \frac{BQV_{cl} \cdot QVN}{S_t(r)} \right) \right]^{-1} \end{array} \right. \quad (1.5)$$

Où, en plus des grandeurs déjà définies, QVN est la fraction d'eau liée aux argiles et  $BQV_{cl}$  est le facteur de conversion de conductivité des argiles. Dans ce cas, les grandeurs pétrophysiques sont exprimées en valeurs totales : ce formalisme ne propose donc pas un terme additionnel de conductivité mais représente les argiles comme contribuant à la conductivité de l'eau (modification de  $R_w$  en ajoutant une valeur plancher). La tortuosité induite par la présence d'argile est alors prise en compte par un exposant  $m$  apparent dépendant de la grandeur QVN (fraction d'eau liée aux argiles au regard du volume d'eau total dans la roche). Cette tortuosité est généralement supérieure à celle d'un réservoir équivalent sans argile ou d'une argile pure (conduction homogène des lignes de courant). Elle atteint son maximum pour des

mélanges intermédiaires à cause du changement de texture de la roche impliqué par le mélange réservoir-argile, d'où l'expression polynomiale de  $m$  en fonction de QVN.

Les points forts de ces méthodes sont leur rapidité de mise en œuvre et la possibilité d'obtenir des valeurs de  $S_w$  macroscopique *in situ*. Cependant, ces équations restent des équations empiriques pouvant faire intervenir des paramètres mal connus. Les problèmes d'interprétation basés sur ces équations peuvent alors être sous-déterminés et il est nécessaire d'utiliser des données laboratoires afin de calibrer certains paramètres.

## 2. Saturations par pressions capillaires

La mesure de résistivité issue des diagraphies  $R_t$  ne porte une information qu'au niveau de l'abord puits et n'est pas nécessairement représentative des saturations à l'échelle du gisement. A cette échelle, seule la mesure de pression capillaire est pertinente afin de représenter les saturations. Ces données proviennent de mesures laboratoires sur des échantillons prélevés au puits (carottes), qui seront ensuite mises à l'échelle du gisement.

### 2.1 Définition

La notion de pression capillaire s'applique à un mélange de fluides non miscibles mis en contact sur une surface. La pression capillaire est alors la différence entre la pression de la phase mouillante et la pression de la phase non mouillante :

$$P_c = P_w - P_{nw} \quad (1.6)$$

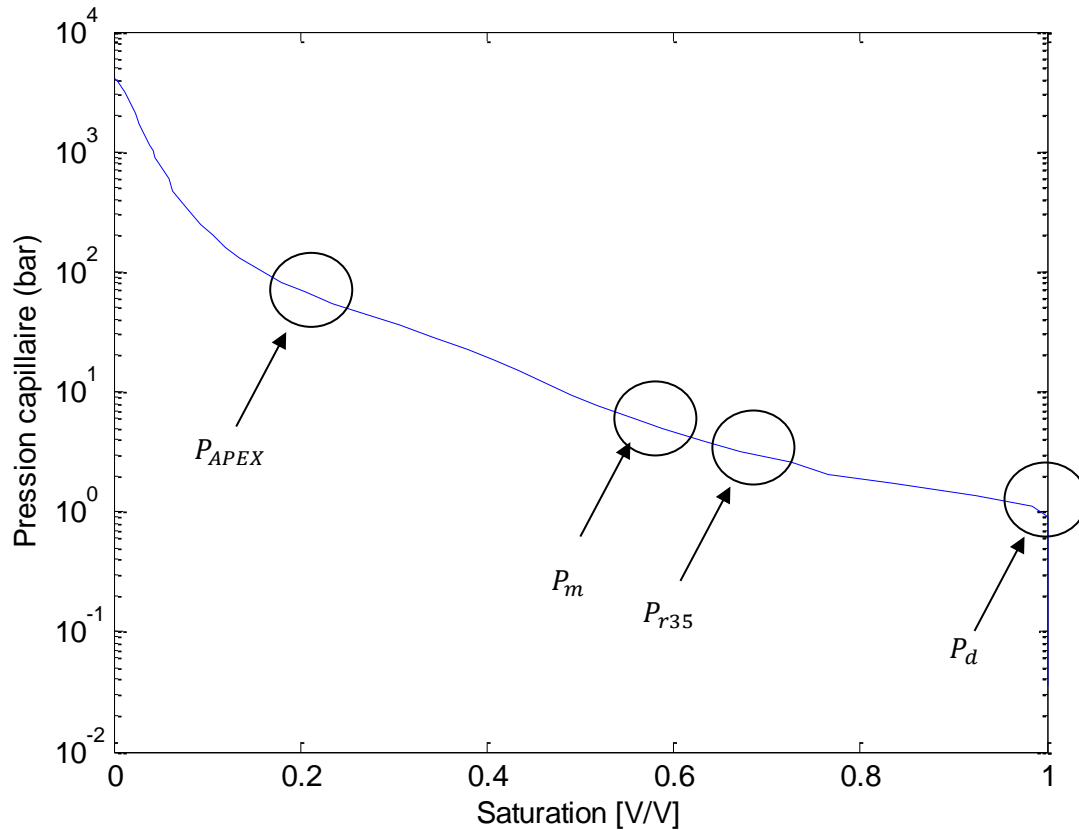
Où  $P_c$  est la pression capillaire,  $P_w$  la pression de la phase mouillante et  $P_{nw}$  la pression de la phase non mouillante. Une telle pression est intimement liée à la structure du réseau poreux contenant les deux fluides. Ce lien peut être exprimé par la relation de Young Laplace Washburn (Washburn, 1921) lorsqu'on fait l'hypothèse de pores cylindriques :

$$P_c = \frac{2 \cdot \gamma \cdot \cos(\theta)}{r} \quad (1.7)$$

Où  $\gamma$  représente la tension inter-faciale,  $r$  le rayon du seuil de pore et  $\theta$  l'angle de contact entre la surface des fluides et la paroi solide. La pression capillaire représente la force par unité de surface qu'exerce un fluide sur l'autre pour optimiser sa surface de contact avec une paroi donnée : le fluide mouillant tend à augmenter sa surface au détriment du fluide non mouillant. Ce processus est lié à la différence d'affinité physique d'une surface au regard d'un couple de fluides. Le rayon  $r$  de l'équation (1.7) est à considérer comme étant un rayon équivalent moyen plutôt que la dimension réelle du seuil de pore puisque ces derniers peuvent avoir des géométries individuelles très complexes.

Les pressions capillaires sont mesurées en laboratoire sur des échantillons prélevés dans le puits (sur carottes ou plugs latéraux prélevés sur la paroi). Ces mesures sont donc discrètes et conditionnées à des prises d'échantillons. Les mesures de  $P_c$  peuvent être réalisées de différentes manières. Une des méthodes les plus utilisées est l'injection de mercure. Elle consiste à injecter du mercure dans une roche

qui aura été préalablement nettoyée et débarrassée de ses fluides. La pression d'injection est augmentée pas à pas et, à chaque pas, le volume de mercure entré dans la roche est relevé après que l'équilibre ait été atteint. Cette opération est effectuée jusqu'à ce que la roche soit complètement saturée. La pression d'injection en fonction de la saturation peut ainsi être représentée et on obtient une courbe de drainage. Un exemple d'une telle courbe est représentée figure 1.4.



**Figure 1.4 Exemple de courbe de pression capillaire en processus de drainage obtenue grâce à la méthode MICP**

Une telle technique de mesure exerce des pressions importantes sur l'échantillon au risque de l'endommager et de rendre les portions de courbes aux fortes  $P_c$  peu représentatives de l'état natif de l'échantillon. Elle ne permet donc pas d'obtenir une estimation fiable de la saturation irréductible. Par ailleurs, la mesure se déroule avec un couple fluide très différent de celui du réservoir.

Nous avons repéré sur la figure 1.4 quelques points caractéristiques du comportement  $P_c$  d'une roche. Il s'agit de :

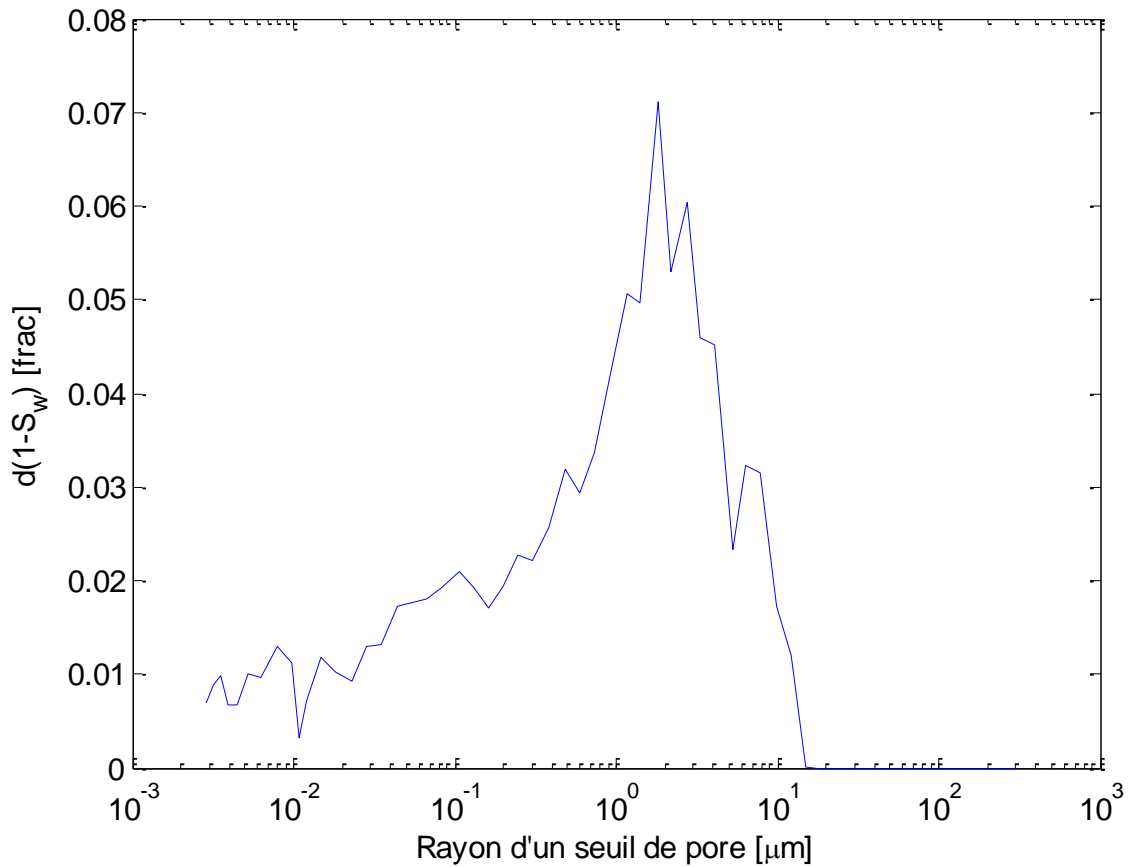
- La pression de déplacement  $P_d$
- La pression correspondante à un rayon de seuil de pore moyen  $P_m$
- La pression correspondante à 35% de saturation en mercure (65% en eau) :  $P_{R_{35}}$

- Le point APEX défini comme étant le point correspondant au maximum de  $\frac{\phi(1-S_w)}{P_c}$

A l'inverse des courbes de pression capillaire en drainage (obtenues pour un fluide non mouillant remplaçant un fluide mouillant), les courbes d'imbibition sont obtenues après que l'eau mobile a été remplacée de la roche par l'hydrocarbure ; on diminue alors la pression de l'hydrocarbure si bien que de l'eau ré-imprègne spontanément la roche et sa saturation augmente. La pression correspondant à un état de saturation donné en imbibition n'est pas la même qu'en drainage : il y a hystérésis. Arrivé à une pression nulle, il faut ensuite imposer une succion pour que l'eau poursuive son entrée dans la roche. Il s'agit de l'imbibition forcée. La saturation correspondant à une pression de succion infinie est celle pour laquelle l'hydrocarbure ne pourra plus être déplacé ; son volume est appelé saturation résiduelle en hydrocarbure. Une seconde courbe est obtenue le long de ce parcours pression-saturation, il s'agit de la courbe d'imbibition.

Un des intérêts majeurs des pressions capillaires pour la pétrophysique provient du lien qu'elles entretiennent avec le réseau poreux et qui peut être exprimé grâce à l'équation (1.7). Plus la pression capillaire est grande, plus le rayon du seuil de pore envahi par le couple de fluide est petit. La courbe de pression capillaire peut ainsi être vue comme directement liée à la distribution cumulée des seuils de pores de la roche. Grâce à l'équation (1.7), il est possible de convertir une courbe de  $P_c$  en une distribution de seuils de pores. La figure 1.5 représente la distribution de seuils de pores correspondant à la pression capillaire de la figure 1.5. La valeur de la force de tension inter-faciale est prise égale à 480 dynes/cm.

On notera la différence entre seuils de pores et tailles de pores : la courbe de pression capillaire indique quel volume de pore est accessible après avoir franchi chaque classe de taille de seuils de pores. Une courbe de pression capillaire indique les seuils de pores présents mais n'explicite pas le cheminement pris par les fluides pour atteindre ces seuils : les pressions capillaires sont des mesures statiques. Dans un contexte dynamique, les seuils de pores véritablement efficaces peuvent être très différents de ceux identifiés par les mesures de pressions capillaires en laboratoire. La topologie du réseau entre alors en jeu (système en série, en parallèle, goulots d'étranglements ...). Enfin, les mesures de pression capillaire sont des mesures microscopiques sur une texture locale de la roche. Elles ne sont pas nécessairement représentatives des pressions capillaires à l'échelle macroscopique ou à l'échelle du gisement, qui sont celles utiles à la simulation réservoir.



**Figure 1.5 Distribution de seuils de pore obtenue à partir de la courbe de pression capillaire de la figure 1.4.**

## 2.2 Paramétrage des courbes de pression capillaire

Nous présentons dans ce paragraphe divers formalismes analytiques des courbes de pression capillaire pour permettre leur simulation et leur propagation à l'échelle gisement. A cet effet, il existe une large palette de formules qui sont souvent purement empiriques (van Genuchten, 1985 ; Chen, 1999; Kuang, 2014). Nous détaillerons ici particulièrement deux formalismes qui ont été testés dans le cadre de notre étude.

### 2.2.1 Formalisme de Kosugi

Le formalisme de Kosugi (Kosugi, 1994) décrit les courbes drainage de pressions capillaire à l'aide de trois paramètres. Il repose sur l'hypothèse que la distribution de seuils de pores dans la roche suit une loi log-normale. La loi de densité  $\rho$  de cette distribution s'écrit ainsi :

$$\rho(r) = \frac{V_{tot}}{\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot r \cdot \ln \sigma} \cdot \exp \left[ \frac{-\ln^2 \frac{r}{r_m}}{2 \cdot \ln^2 \sigma} \right] \quad (1.8)$$

Où  $V_{tot}$  est le volume total disponible (= volume de pore),  $r_m$  le rayon du seuil de pore médian et  $\sigma$  l'écart type de la distribution de seuils de pores. L'équation 1.8 peut être intégrée entre 0 et un rayon de seuil de pore arbitraire  $R$  :

$$V(R) = \int_0^R \rho(r) \cdot dr = \frac{1}{2} \cdot V_{tot} \cdot \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{\ln \frac{R}{r_m}}{\sqrt{2} \ln \sigma} \right) \right] \quad (1.9)$$

Le volume  $V(R)$  est lié à la saturation de la façon suivante :

$$S^*(R) = \frac{V(R)}{V_{tot}} \quad (1.10)$$

$S^*$  est la saturation normalisée et représente la fraction totale de fluide mobile contenue dans la roche. Elle est reliée à la saturation  $S$  par :

$$S^* = \frac{S - S_{wirr}}{1 - S_{wirr} - S_{or}} \quad (1.11)$$

$S_{wirr}$  est la saturation irréductible en eau et  $S_{or}$  est la saturation en huile résiduelle. On peut ainsi donner une expression explicite de la saturation en fonction de la pression capillaire en utilisant la loi de Laplace-Washburn :

$$S = S_{wirr} + \frac{1}{2} \cdot (1 - S_{wirr} - S_{or}) \cdot \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{\ln \frac{P_c}{P_m}}{\sqrt{2} \ln \sigma} \right) \right] \quad (1.12)$$

Où  $P_m$  est la pression capillaire correspondant au seuil de pores de rayon médian. L'expression (1.12) est adaptée pour décrire la courbe de pression capillaire de drainage, pour laquelle la saturation en huile résiduelle n'existe pas. Ce formalisme présente de bonnes propriétés d'ordre numérique : pas de discontinuité à  $P_c = P_d$ , fonction infiniment dérivable sur l'ensemble de définition. Il peut également être adapté très facilement pour décrire les cas d'imbibition et de second drainage (Huang *et al.*, 1997) et pour décrire des structures avec plusieurs seuils de pores (Xu & Torres-Verdín, 2013).

### 2.2.2 Formalismes en fonctions exponentielles

L'autre grande catégorie de famille de fonctions pour décrire les pressions capillaires est celle des fonctions exponentielles. Elle a l'avantage de coller au plus près des roches généralement rencontrées dans l'industrie pétrolière (roches enfouies, donc cimentées ayant généralement une taille maximum de seuil de pore). En effet, le formalisme de Kosugi ne peut pas produire de courbes de pression capillaire avec une pression d'entrée marquée.

Les fonctions de types exponentielles sont adaptées pour décrire le type de structure qui nous concerne, mais ne sont généralement justifiées qu'empiriquement. La plus utilisée dans l'industrie est certainement la fonction de Brook Corey :

$$S = S_{wirr} + (1 - S_{wirr}) \cdot \left( \frac{P_c}{P_d} \right)^\lambda \quad (1.13)$$

Où  $P_d$  est la pression de déplacement (voir figure 1.4) et  $\lambda$  l'index de distribution de seuils de pores. Ce dernier paramètre est représentatif de l'ordonnement de la structure de pores. Un  $\lambda$  élevé correspond ainsi à une structure bien ordonnée avec peu d'hétérogénéités. De nombreuses autres fonctions exponentielles existent dans la littérature afin de décrire les pressions capillaires. On peut notamment citer le formalisme de Thomeer (Thomeer, 1960), dont les paramètres sont souvent utilisés afin d'établir des corrélations entre grandeurs pétrophysiques :

$$S = S_{wirr} + (1 - S_{wirr}) \cdot \exp \left( - \frac{G}{\log \left( \frac{P_c}{P_d} \right)} \right) \quad (1.14)$$

Où  $G$  est appelé facteur géométrique et, à l'instar de  $\sigma$  et  $\lambda$ , est caractéristique de la distribution de seuils de pores.

Les pressions capillaires, intimement liées à la topologie statique du réseau poreux de la roche, sont indirectement liées à une autre grandeur pétrophysique, d'ordre dynamique quant à elle : la perméabilité. Nous présentons au paragraphe suivant les essais de modélisation intégrant perméabilités et pressions capillaires dans un même formalisme.

### 3. Modèles de perméabilité

La perméabilité est, contrairement aux autres grandeurs manipulées jusqu'alors (porosité, saturation : grandeurs statiques et tortuosité, seuils de pores : propriétés géométriques et topologique du système de pore), un paramètre dynamique dans la mesure où il qualifie la capacité d'une roche à l'écoulement des fluides. Cette propriété donne un bilan macroscopique de l'écoulement effectif des fluides. Elle est en cela intimement reliée aux saturations (fluides en place) puisqu'elle en contrôle l'évolution au cours du temps. Cependant, elle joue un rôle majeur également dans les processus d'équilibre puisqu'elle pilote la mise en place des fluides. La perméabilité est de fait un paramètre clef dans la compréhension des saturations et la description de l'équilibre capillaire.

Les relations perméabilité-saturation sont toutefois complexes et sont liées à de nombreux facteurs : tailles et ordonnancement des pores, distribution de mouillabilité, histoire diagénétique ... (Nelson, 1994). Nous présentons dans cette partie différents modèles permettant de relier la perméabilité au réseau de pores, aux courbes de pression capillaire et, de fait, aux saturations.



### 3.1 Problématique texturale et modélisation du réseau de pores

Un réseau de pores est une structure complexe pouvant être difficilement décrite à l'aide de modèles simples. Toutefois, de tels modèles peuvent être utiles afin de donner sens à certaines grandeurs pétrophysiques, comme la perméabilité ou les pressions capillaires, et de les corréler entre elles. A cet effet, l'hypothèse de faisceau de tubes capillaires est très souvent employée pour décrire le réseau de pores. Elle considère des pores cylindriques répartis uniformément dans la roche. Si les tubes sont de même rayon, on peut obtenir directement une expression analytique de la perméabilité en combinant la loi de Darcy et la loi de Poiseuille :

$$k = \frac{r^2}{8} \cdot \phi \quad (1.15)$$

Où  $k$  est la perméabilité,  $r$  le rayon d'un tube et  $\phi$  la porosité. Ce modèle, très simplifié et peu réaliste, permet toutefois de mettre en évidence les liens entre perméabilité, rayon de pore et porosité. A partir de (1.15), on peut ainsi en déduire :

$$r \propto \sqrt{\frac{k}{\phi}} \quad (1.16)$$

On reconnaît ici l'index de qualité du réservoir (RQI) très utilisé dans l'industrie pétrolière pour qualifier et classer les capacités d'écoulement des faciès réservoir. Cette variable est également très utilisée pour normaliser les données  $P_c$  (fonctions  $J$  de Leverett par exemple). Dans ce cas,  $r$  est unique pour tous les pores, la tortuosité du réseau poreux n'est pas prise en considération. Un modèle plus réaliste peut être obtenu en supposant que les pores n'ont pas un rayon homogène. (1.15) s'écrit alors :

$$k = \frac{\phi}{8} \cdot \int_0^1 r^2 \cdot dS^* \quad (1.17)$$

L'expression peut être transformée en utilisant la loi de Washburn-Laplace et devient :

$$k = \frac{\phi \cdot (\gamma \cdot \cos \theta)^2}{2} \cdot \int_0^1 \frac{dS^*}{P_c^2} \quad (1.18)$$

Le lien entre perméabilités et pressions capillaires est désormais visible. Un tel lien montre l'interconnexion de tous les paramètres pétrophysiques du réseau poreux. Cependant, l'hypothèse de faisceau capillaire qui a été posée afin d'obtenir la relation (1.18) est très peu réaliste. De nombreuses incohérences peuvent être observées entre les perméabilités mesurées en laboratoire et celles calculées à l'aide de (1.18). (Purcell, 1949) introduisit ainsi un facteur supplémentaire à l'équation pour corriger de tels écarts :

$$k = \frac{\phi \cdot (\gamma \cdot \cos \theta)^2}{2\tau_h} \cdot \int_0^1 \frac{dS^*}{P_c^2} \quad (1.19)$$

Où  $\tau_h$  est un facteur de tortuosité. Purcell observa que ce facteur pouvait aller de 2.8 pour les grès de forte perméabilité à 12 pour ceux de faible perméabilité. Ce facteur quantifie le ratio de longueur entre le chemin d'écoulement direct (ligne droite) et l'effectif. De nombreux essais existent dans la littérature afin de justifier théoriquement ce facteur et d'en donner une expression analytique. On peut notamment citer (Ferreira *et al.*, 2015) qui a comparé ce facteur de tortuosité avec la tortuosité électrique, donnée par :

$$\tau_e = \left( \frac{a}{\phi^{m-1}} \right)^2 \quad (1.20)$$

Les paramètres  $a$  et  $m$  sont les paramètres de l'équation d'Archie présentée dans le premier paragraphe. Ferreira put observer une bonne corrélation entre tortuosité hydraulique et tortuosité électrique. Un tel lien est intéressant dans la mesure où il relie les propriétés électriques de la roche, obtenues tôt dans l'évaluation de la formation grâce aux résistivités, à la qualité pétrophysique du réservoir. Il peut donc aider à mieux caractériser le réservoir, en particulier pour des cas carbonatés qui ont généralement des tortuosités variables.

## 3.2 Modèles empiriques

### 3.2.1 Modèle de Swanson

L'équation (1.19) repose sur des bases théoriques afin d'établir une relation entre pressions capillaires et perméabilités. Beaucoup d'autres modèles ont été développés afin de relier ces paramètres de façon plus empirique. Ainsi, Swanson (Swanson, 1961) proposa le modèle suivant :

$$k = 355. \left( \frac{\phi(1 - S_w)}{P_c} \right)_A^{2.005} \quad (1.21)$$

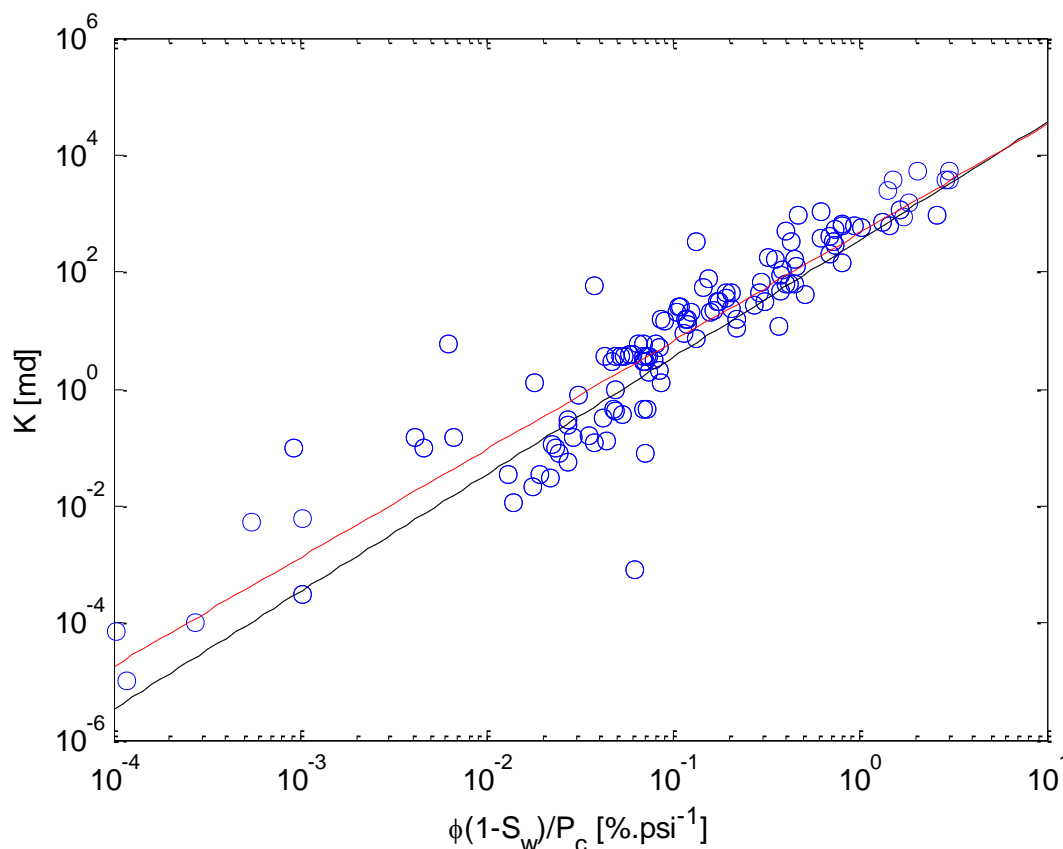
Où  $A$  est le point APEX de la courbe de pression capillaire et  $P_c$  la courbe de pression capillaire en psi. En pratique, le formalisme de Thomeer est souvent préféré pour paramétrer la courbe de pression capillaire. La perméabilité est alors exprimée de la façon suivante :

$$k = 355. \left( 10^{-2 \sqrt{\frac{G}{2.303}}} \cdot \frac{\phi(1 - S_{wirr})}{P_d} \right)^{2.005} \quad (1.22)$$

Nous avons testé le modèle de Swanson sur un jeu de données variées interne à TOTAL représentant un large spectre de roches rencontrées dans l'industrie, comprenant 114 échantillons avec grès et carbonates, et allant de  $10^{-5}$  mD à un peu moins de  $10^4$  mD. Les résultats sont représentés figure 1.6. Nous pouvons voir apparaître une bonne corrélation entre les perméabilités mesurées et les facteurs  $\frac{\phi(1-S_w)}{P_c}$  pris au point A. La meilleure relation obtenue avec notre jeu de données est ( $R^2 = 0.85$ ) :

$$k = 470. \left( \frac{\phi(1 - S_w)}{P_c} \right)_A^{1.85} \quad (1.23)$$

Elle est représentée en rouge sur la figure 1.6. Nous l'avons comparée à celle obtenue par Swanson, représentée en noir. Les deux relations sont très proches pour des perméabilités supérieures à 1 mD mais divergent plus sensiblement pour celles inférieures. Cela peut être dû à un problème de représentativité du jeu de données mais aussi du fait que les roches tendent à être plus hétérogènes lorsque les perméabilités deviennent faibles, ce qui rend plus difficile l'obtention de modèles prédictifs.



**Figure 1.6 Perméabilités mesurées en laboratoire en fonction du point APEX des échantillons. Corrélation obtenue pour un jeu de données interne à TOTAL en rouge et corrélation de Swanson en noir**

L'équation de Swanson peut aussi être décrite à l'aide du formalisme Brook Corey. Apisaksirikul (Apisaksirikul & Blasingame, 2016) proposa, à partir des travaux de Huet (Huet *et al.*, 2005), un modèle semi analytique de la forme :

$$k = a_1 \cdot \frac{1}{P_d^{a_2}} \cdot \left( \frac{\lambda}{\lambda + 2} \right)^{a_3} \cdot (1 - S_{wirr})^{a_4} \cdot \phi_5^a \quad (1.24)$$

Le modèle ainsi proposé contraint les paramètres de Brook Corey lorsqu'ils sont dérivés des courbes de pression capillaire tout en assurant que la relation de Swanson liant perméabilités et pressions capillaires soit vérifiée. Apisaksirikul testa ce modèle sur 323 échantillons incluant grès et carbonates allant de  $10^{-7}$  mD à  $10^4$  mD et observa une très bonne corrélation ( $R^2 = 0.95$ ). Lala (Lala & Maher, 2013) calibra

un modèle ayant la même forme sur un jeu de données comprenant 202 échantillons de grès et de calcaires et obtint également de très bons résultats. Ainsi, les relations qu'entretiennent les principales propriétés pétrophysiques (la perméabilité, la porosité et les paramètres de  $P_c$ ) semblent pouvoir être décrites par une unique relation universelle. Toutefois, l'intérêt de cette approche est assez limité car elle suppose la connaissance complète des pressions capillaires afin de pouvoir prédire la perméabilité. Cette approche doit ainsi plutôt être considérée comme un moyen de contraindre les paramètres des courbes de  $P_c$ , en particulier le facteur  $\lambda$  (Apisaksirikul & Blasingame, 2016).

### 3.2.2 Modèle de Winland

L'équation de Winland permet de lier rayons de seuils de pores, porosités et perméabilités. Pour déterminer cette relation, Winland effectua une analyse des rayons de seuils de pores dérivés des mesures de pression capillaire pour différentes valeurs de saturation sur 56 grès et 26 carbonates en les comparant aux porosités et perméabilités des échantillons. Il observa que la meilleure corrélation était obtenue lorsqu'était utilisé le rayon de seuil de pore pour une saturation en mercure de 35% (ce qui correspond à une saturation en eau de 65%). Kolodzie (Kolodzie, 1980) fut le premier à publier les résultats de Winland, sous la forme de l'équation :

$$\log r_{35} = 0.732 + 0.588 \cdot \log k - 0.864 \log \phi \quad (1.25)$$

Où  $r_{35}$  est le rayon de seuil de pore en microns pour une saturation en mercure de 35%,  $k$  est la perméabilité en mD et  $\phi$  la porosité en %. Le rayon  $r_{35}$  a pu être interprété comme le point pour lequel le réseau poreux devient interconnecté, caractérisant ainsi la capacité d'écoulement de l'échantillon (Spearing *et al.*, 2001). Rigoureusement, ce point devrait correspondre au point pour lequel apparaît un point d'inflexion dans la courbe de pression capillaire (Katz & Thompson, 1986). On notera que  $P_{r_{35}}$ , soit la pression correspondant au rayon de seuil de pores  $r_{35}$ , est identique à  $P_m$  lorsque la saturation irréductible est égale à 15%.

### 3.2.3 Modèle de Timur-Coates

Le modèle de Kozeny et Carman, développée dans (Kozeny, 1927) et modifié dans (Carman, 1937) fait aussi l'hypothèse que le milieu poreux peut être représenté par un faisceau de tubes capillaires de différents rayons. A chaque tube correspond un facteur adimensionnel  $f$  représentant sa géométrie, généralement compris entre 1.7 et 3. La tortuosité est définie de la même manière qu'exposée dans le paragraphe 3.1. Le modèle de Kozeny et Carman relie la perméabilité à la porosité et à l'aire de la surface des grains en contact avec les fluides lors de l'écoulement. La perméabilité est exprimée à l'aide de l'équation suivante :

$$k = \frac{\phi^3}{f \tau_h A_g (1 - \phi)^2} \quad (1.26)$$

Où  $\phi$  est la porosité,  $f$  le facteur adimensionnel,  $\tau_h$  la tortuosité et  $A_g$  le ratio entre l'aire de surface d'un pore et le volume d'un grain.

Dans (Wyllie & Spangler, 1951), on trouvera une modification de l'équation (1.26) introduisant l'utilisation de la saturation irréductible à la place de  $A_g$ . Cette approche est intéressante car elle intègre une grandeur directement mesurable : la saturation irréductible estimée *in-situ* à l'aide des outils NMR dans la zone à hydrocarbure . Timur (Timur, 1968) généralisa le modèle en proposant une équation de la forme :

$$k = A \frac{\phi^B}{S_{wirr}^C} \quad (1.27)$$

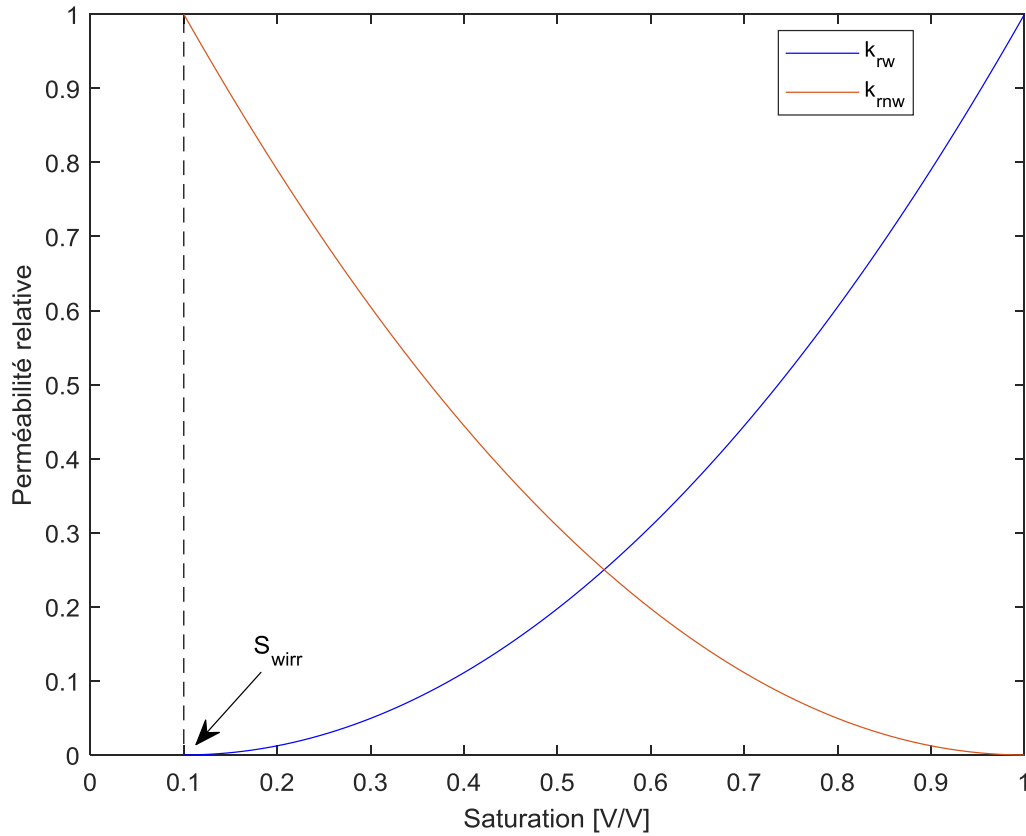
Il utilisa une base de données comprenant 155 échantillons de grès de 3 champs d'Amérique du Nord pour lesquels les pressions capillaires ont été obtenues à l'aide de la méthode de centrifugation permettant une estimation fiable des saturations irréductibles. Il obtint les paramètres suivants :  $A = 0.136$ ,  $B = 4.4$  et  $C = 2$ . En pratique, les coefficients doivent être ajustés au cas par cas afin de correspondre au mieux aux mesures laboratoire effectuées pour un champ. L'application d'une telle méthode pour estimer les perméabilités dans le réservoir peut se révéler peu pratique car les saturations irréductibles utilisées sont celles mesurées en laboratoire. De fait, cette équation n'est applicable qu'à partir des zones pour lesquels la saturation mesurée est proche de la saturation irréductible, soit celles bien au-dessus de la zone de transition. Coates (Coates *et al.*, 1991) proposa d'utiliser l'outil NMR afin d'obtenir une estimation à toute cote des saturations irréductibles. A cet effet, il développa une nouvelle équation pour relier perméabilités et saturations irréductibles :

$$k = \left[ \frac{100 \cdot \phi_e^2 (1 - S_{wirr})}{S_{wirr}} \right]^2 \quad (1.28)$$

Où  $\phi_e$  est la porosité effective.

### 3.3 Modèles de perméabilités relatives

Dans la mesure où la perméabilité prévaut à l'établissement dynamique des saturations dans une roche, il existe une relation étroite entre pressions capillaires et perméabilités relatives. La perméabilité relative caractérise la capacité de la roche à conduire un fluide à travers ses pores lors d'un écoulement multiphasique. Par exemple, dans le cas d'un drainage, la saturation en hydrocarbure augmente, et sa perméabilité relative également. La perméabilité relative de l'eau diminue jusqu'à atteindre une valeur nulle lorsque l'eau a atteint son niveau de saturation irréductible. Des courbes de perméabilités relatives drainage typiques pour phase mouillante et phase non mouillante sont représentées figure 1.7.



**Figure 1.7 Exemples de perméabilités relatives pour une saturation irréductible de 0.1. En rouge pour la phase non mouillante ( $k_{rnw}$ ) et en bleu pour la phase mouillante ( $k_{rw}$ )**

Les modèles les plus connus se basent une fois de plus sur l'hypothèse de faisceau de tubes capillaires pour décrire le réseau poreux. Le modèle de Burdine (Burdine, 1953) est un des plus utilisés dans l'industrie pétrolière. Il s'écrit :

$$k_{rw} = S_w^2 \frac{\int_0^{S_w} \frac{dS_w}{P_c^2}}{\int_0^1 \frac{dS_w}{P_c^2}} \quad (1.29)$$

$$k_{rnw} = (1 - S_w)^2 \frac{\int_{S_w}^1 \frac{dS_w}{P_c^2}}{\int_0^1 \frac{dS_w}{P_c^2}}$$

Où  $k_{rw}$  désigne la perméabilité de la phase mouillante et  $k_{rnw}$  la perméabilité de la phase non mouillante. Ce formalisme a été utilisé avec succès pour décrire les perméabilités relatives des roches rencontrées dans l'industrie pétrolière à l'aide des mesures de pressions capillaires. Un autre formalisme très utilisé pour décrire les perméabilités relatives est le formalisme de Mualem (Mualem, 1976). Il prend la forme suivante :

$$k_{rw} = S_w^{0.5} \left[ \frac{\int_0^{S_w} \frac{dS_w}{P_c}}{\int_0^1 \frac{dS_w}{P_c}} \right]^2 \quad (1.30)$$

$$k_{rnw} = (1 - S_w)^{0.5} \left[ \frac{\int_{S_w}^1 \frac{dS_w}{P_c}}{\int_0^1 \frac{dS_w}{P_c}} \right]^2$$

Où les courbes de pressions capillaires peuvent être décrites par les formalismes développées dans la deuxième partie de ce chapitre. Le modèle de Kosugi a ainsi été combiné à celui de Mualem dans (Kosugi, 1999). On pourra trouver dans (Chen *et al.*, 1999) une liste des différents modèles  $P_c$ - $k_r$  et une discussion concernant les plus adéquats pour décrire le réseau poreux. Les modèles utilisant le formalisme de Kosugi pour les pressions capillaires et Mualem pour les perméabilités relatives et ceux utilisant le formalisme de Brook Corey pour les pressions capillaires et de Burdine pour les perméabilités relatives font notamment parti des plus adaptés. Alpak (Alpak *et al.*, 1999) proposa un modèle basé sur les équations de Kozeny-Carman afin de modéliser les perméabilités relatives.

Tout comme les modèles de perméabilités, pour lesquels la tortuosité hydraulique avait été corrélée à la tortuosité électrique, des modèles combinant paramètres électriques et perméabilités relatives ont été développés. Li (Li, 2006,2008) utilisa l'index de résistivité dans l'expression des perméabilités relatives en amalgamant l'écoulement d'un fluide en milieu poreux et le flux électrique traversant un corps conducteur. La relation proposée par Li pour la perméabilité relative de la phase mouillante est la suivante :

$$k_{rw} = \frac{S_w^*}{I} \quad (1.31)$$

Où  $S_w^*$  est la saturation normalisée définie par l'équation (1.11) et  $I$  l'index de résistivité intervenant dans l'équation d'Archie :

$$I = S_w^{-n} \quad (1.32)$$

Dong (Dong *et al.*, 2015) proposa un modèle permettant de mieux rendre compte de la tortuosité du milieu. L'expression obtenue est la suivante :

$$k_{rw} = \frac{S_w \cdot S_w^*}{I} \quad (1.33)$$

De tels modèles sont élégants théoriquement car ils font le lien entre différents domaines physiques. Ils pourraient permettre d'obtenir des estimations de perméabilités relatives à l'aide des seules mesures électriques, ce qui aiderait la simulation réservoir dans la mesure où les perméabilités relatives relèvent de protocoles expérimentaux lourds.

De façon générale, perméabilités et perméabilités relatives sont liées à la topologie du réseau de pores et donc aux pressions capillaires. Il y a ainsi une cohérence globale entre paramètres dynamiques (perméabilités et perméabilités relatives) et paramètres statiques (pressions capillaires). Cela permet de relier les paramètres pétrophysiques, qu'ils soient statiques (porosité) ou dynamiques (perméabilité), aux profils de saturations verticaux issus des lois de pressions capillaires. De tels modèles sont présentés dans la partie suivante.

## 4. Modèles de saturation

A l'échelle réservoir, la pression capillaire est donnée par la relation d'équilibre hydrostatique :

$$P_c(z) = H(z - FWL)(\rho_w - \rho_{hc})g(z - FWL) \quad (1.34)$$

Où  $H$  est la fonction de Heaviside,  $\rho_w$  la densité de l'eau,  $\rho_{hc}$  la densité de l'hydrocarbure,  $g$  la constante de gravité terrestre,  $z$  la profondeur verticale et  $FWL$  le niveau d'eau libre (cote du contact). Des pressions capillaires découlent ainsi les profils verticaux de saturation réservoir via les équations présentées au paragraphe 2. Les pressions capillaires sont de fait la variable gisement contrôlant à la fois les grandeurs statiques (saturation) et dynamiques (perméabilités relatives) à toute échelle micro- ou macroscopique.

Les modèles de saturation sont l'étape clé de la synthèse pétrophysique liant la variable  $P_c$  aux diverses grandeurs pétrophysiques (saturation, perméabilité, etc.), et ce, pour chaque faciès géologique. Ils assurent la mise en cohérence des modèles statistiques de chaque réservoir en les comparant aux processus physiques s'y déroulant (la migration des hydrocarbures vers le haut de la colonne). Ces modèles sont issus de l'analyse des courbes de pressions capillaires et des perméabilités effectuées en laboratoire et de leur mise à l'échelle. Un modèle de saturation permet ainsi de relier un ou plusieurs paramètres pétrophysiques clés (perméabilité, volume d'argile, porosité,...) aux pressions capillaires prises alors comme variables de passage ou variables d'intégration. La synthèse pétrophysique peut ainsi être résumée sous la forme d'un livrable de type  $S_w = f(k, \phi, V_{cl}, \dots, P_c)$  pour chaque faciès et permettant de reconstruire les saturations dérivées de l'interprétation diagraphique.

Plusieurs méthodes existent afin de réaliser cette opération de synthèse. Nous en décrivons ici les principales. La plus connue est la méthode des fonctions  $J$  de Leverett (Leverett, 1941). Elle consiste à normaliser les pressions capillaires par le ratio RQI  $\sqrt{\frac{k}{\phi}}$  :

$$J(S_w) = \sqrt{\frac{k}{\phi}} \cdot \frac{P_c}{\sigma \cos \theta} \quad (1.35)$$

$J$  est alors une fonction adimensionnelle permettant de regrouper les pressions capillaires à l'échelle d'un pétro-faciès. Les saturations peuvent ensuite être obtenues en utilisant l'un des modèles présentés au paragraphe 2. La principale limite de cette approche provient du fait que les roches en considération doivent avoir des géométries similaires (Harrison & Jing, 2001). Il peut ainsi être intéressant de faire intervenir la tortuosité dans l'expression des fonctions  $J$  afin de corriger ce biais. El-Khatib (El-Khatib,



1995) proposa, sur la base du modèle de Purcell (1.19), d'utiliser l'expression :  $I^* = \sqrt{\frac{\tau_h k}{\phi(1-S_{wirr})}}$ , où  $\tau_h$  est la tortuosité hydraulique. Ce paramètre peut être obtenu grâce aux pressions capillaires et aux perméabilités obtenues en laboratoire. Ferreira (Ferreira *et al.*, 2015) tenta la même approche en utilisant les tortuosités électriques à la place des tortuosités hydrauliques.

Quelques soient les formulations, les fonctions  $J$  ou  $I$  peuvent échouer à donner des modèles de saturations cohérents avec les profils de saturation verticaux dans les réservoirs ayant des systèmes de pores complexes. Cette observation a été faite par (Clerke, 2009) pour des puits en Arabie Saoudite disposant d'une large gamme de mesures laboratoire dans la zone de transition témoignant d'une grande variété du réseau poreux. Ces mesures ne sont toutefois pas en quantité suffisante afin de représenter complètement les lois pétrophysiques à l'échelle du puits et Clerke proposa de mettre à l'échelle les mesures de pressions capillaires effectuées à l'aide d'une fonction Thomeer unique par petro-facies. Cette fonction représente les propriétés statistiques du faciès à l'aide d'une large gamme de données laboratoire. Son approche a notamment permis de mieux estimer les volumes d'hydrocarbure en place par rapport à l'approche classique de type Leverett.

Une autre approche populaire pour produire des modèles de saturation est l'approche dite de Woody Wright et Johnson (WWJ) présentée dans (Wright & Woody, 1955), (Johnson, 1987) et (Søndenå, 1992). La méthode est la suivante : pour un niveau de pression capillaire donnée, est analysée la relation entre la saturation correspondant à ce niveau et un ou plusieurs paramètres pétrophysiques, par exemple la porosité et/ou la perméabilité de l'échantillon. Pour chaque niveau, une régression est effectuée entre la saturation et la variable pétrophysique choisie. On obtient ainsi une fonction de la forme (si les variables choisies sont la porosité totale et la perméabilité) :

$$S_w = a. \phi_t^b. K^c \quad (1.36)$$

Où  $S_w$  est la saturation pour toutes les mesures de pression capillaire disponibles à un niveau de  $P_c$  donné. D'autres paramètres peuvent intervenir dans la relation (argiles,...) en fonction des cas considérés. Puisque cette régression est faite pour différents niveaux de  $P_c$ , nous obtenons une dépendance de ces paramètres par rapport à la pression capillaire :  $a = f(P_c), \dots$  On peut finalement construire un prédicteur de la saturation en fonction de la pression capillaire (et donc de la hauteur par rapport au niveau d'eau libre) et des paramètres pétrophysiques choisis pour l'interprétation (porosité, perméabilité, volume d'argiles ...). L'avantage de cette approche est qu'elle ne contraint pas le choix des paramètres pétrophysiques déterminants qui vont piloter les modèles de saturation. Une plus grande liberté est laissée à l'interprétation afin de choisir les paramètres pertinents pouvant décrire le plus fidèlement possible le comportement pétrophysique d'un faciès.

## 5. Notion de pétro-facies

Un faciès est défini comme un groupement de roches présentant des caractéristiques similaires. A ce titre, il existe différentes classifications: litho-facies pour des faciès de même nature lithologique, electro-facies pour ceux issus d'un regroupement dans l'espace diagraphique et petro-facies pour un ensemble de

mêmes propriétés pétrophysiques. L'enjeu de la synthèse pétrophysique est alors de réconcilier ces différents types de regroupements, en particulier faciès géologiques et faciès pétrophysiques, afin de proposer la table de correspondance permettant la meilleure prédictibilité des propriétés pétrophysiques des roches sur la base d'un concept géologique.

Nous avons décrit dans ce qui précède de multiples relations liant les paramètres pétrophysiques entre eux. Ces relations sont ce qui caractérise le comportement pétrophysique d'un faciès. Un petro-faciès peut donc être défini comme étant un continuum pour lequel existe une loi unique liant perméabilité, saturation et paramètres pétrophysiques (par exemple du type Woody Wright Johnson). Ces lois sont traditionnellement obtenues via un processus de synthèse des mesures laboratoire sur échantillons. Ces lois sont ensuite mises à l'échelle réservoir à l'aide entre autres, des mesures diagraphiques.

Un petro-faciès est issu d'une synthèse de données prises à différentes échelles (diagraphies, plugs). Cette mise en cohérence passe par un processus *a posteriori* de calage de modèles empiriques requérant un volume de données suffisant. En particulier, il peut y avoir un fort découplage entre données diagraphiques, qui sont purement statiques et présentes en continu le long du puits, et les données carottes, par construction discrètes et locales. Cette différence de nature des données diagraphiques et laboratoire fait que cette synthèse relève très souvent d'un exercice complexe et tardif dans l'évaluation d'un gisement.

Afin d'aider à cette réconciliation, une variable commune est requise. Cette dernière se doit de couvrir à la fois le domaine statique et dynamique, à une échelle la plus large possible. Un seul phénomène présente ces caractéristiques ; il est souvent considéré comme un biais et corrigé des données diagraphiques : l'invasion de boue dans la formation. Ce phénomène est gouverné par des paramètres dynamiques de la formation et est capturé précocement par les diagraphies dans les conditions *in situ*. Si décrit avec suffisamment de précision, l'invasion peut potentiellement révéler des propriétés dynamiques à l'échelle à laquelle les diagraphies ont été acquises. Ce processus peut alors s'intégrer voire anticiper la synthèse pétrophysique et combler l'écart existant entre l'échelle de la carotte et l'échelle de la diagraphie. Nous présentons dans le chapitre suivant les tentatives déjà existantes en ce sens, avant de présenter notre approche aux chapitres 3, 4 et 5.

## CHAPITRE 2 : MODELISATION DE L'ABORD PUIITS ET SIMULATION DE L'INVASION

A l'issue de cette revue générale des principes physiques des outils diagraphiques et de l'interprétation conventionnelle, l'invasion de boue dans la formation apparaît comme un processus majeur impactant l'abord puits et, de fait, les lectures diagraphiques. Jusque-là, ce phénomène est considéré comme un biais et est éliminé des données par des corrections empiriques. Pourtant, de façon qualitative, l'invasion est traditionnellement exploitée pour identifier les zones réservoir d'intérêt. On se propose, dans ce chapitre, d'étudier le lien entre lecture diagraphique, processus d'invasion et propriétés dynamiques des formations ; autrement dit, répondre à la question : dans quelle mesure les diagraphies conventionnelles peuvent-elles permettre d'évaluer les propriétés dynamiques des roches via le phénomène d'invasion ? On notera que l'invasion est tout à fait spécifique aux diagraphies et que ce processus de substitution fluides *in situ*, continu et à grande échelle, s'il n'est pas valorisé, ne pourra l'être par aucun autre moyen que les diagraphies. L'enjeu est alors d'être en mesure de produire une distribution continue sur la profondeur de propriétés dynamiques, et ce, très tôt dans le processus d'évaluation des formations. On détaillera dans ce chapitre les modèles de simulation d'invasion existants dans la littérature ainsi que les essais réalisés afin d'estimer les propriétés pétrophysiques et dynamiques à l'aide de simulations physiques d'invasion.

### 1. Modélisation de l'abord puits et des outils diagraphiques

Les diagraphies sont utilisées pour évaluer les formations géologiques de l'abord puits. On considère très majoritairement, par simplification, que la sensibilité verticale des outils est équivalente au pas d'échantillonnage de la donnée, soit en général 15,24 cm. On représente ainsi un abord puits en couches horizontales uniformes ayant chacune des grandeurs physiques homogènes sur les 15,24 cm de la verticale. Au mieux, on interpole linéairement verticalement les grandeurs consécutives. Des approches plus sophistiquées consistent à discrétiser l'abord puits en intervalles homogènes d'épaisseur variable établis sur des considérations géologiques et diagraphiques. Une fois ces intervalles convolués aux fonctions de sensibilité des outils, ce découpage doit permettre de reproduire les mesures diagraphiques. Il s'agit là de l'inversion géométrique et de nombreux efforts ont déjà été réalisés dans ce domaine par divers groupes : l'université d'Austin (Ijasa *et al.*, 2013; Heidari & Torres-Verdin, 2012), ATEMIS Technologies (Touron, 1996; Terpolilli *et al.*, 2002), l'université de Miskolc (Dobróka M. *et al.*, 2016; Dobróka & Szabó, 2012). L'objectif est très souvent d'aider à localiser précisément les événements dans une géométrie 3D complexe, notamment pour le pilotage de puits déviés. Des techniques permettant de réaliser ces inversions seront présentées au paragraphe 1.2.

D'autre part, chaque outil diagraphique possède une sensibilité radiale spécifique de laquelle est dérivée une profondeur d'investigation. Les mesures de résistivité possèdent, à titre d'exemple, une investigation radiale métrique bien plus élevée que les nucléaires de l'ordre du décimètre (diagraphies de Neutron Porosité et de densité). De fait, combiné à l'invasion et à la date d'acquisition, des logs interprétés ensemble peuvent en réalité recouvrir des états d'invasion très différents. C'est notamment le cas pour des diagraphies de résistivité *LWD* et *Wireline*: les résistivités mesurées en cours de forage apparaissent superposées tandis que les résistivités au câble, acquises 3 jours plus tard, sont nettement séparées du fait de l'invasion par une boue à base huile. Une illustration de ce comportement est en figure 2.1 : dans les zones réservoir, nous pouvons voir une nette séparation des diagraphies de résistivité *Wireline* indiquant la présence d'une zone envahie par la boue tandis que les diagraphies *LWD* sont parfaitement

superposées. Nous présentons au paragraphe 1.1 l'effet de l'invasion sur les diagraphies et la façon dont cette dernière est prise en compte dans les méthodes déterministes traditionnelles d'interprétation.

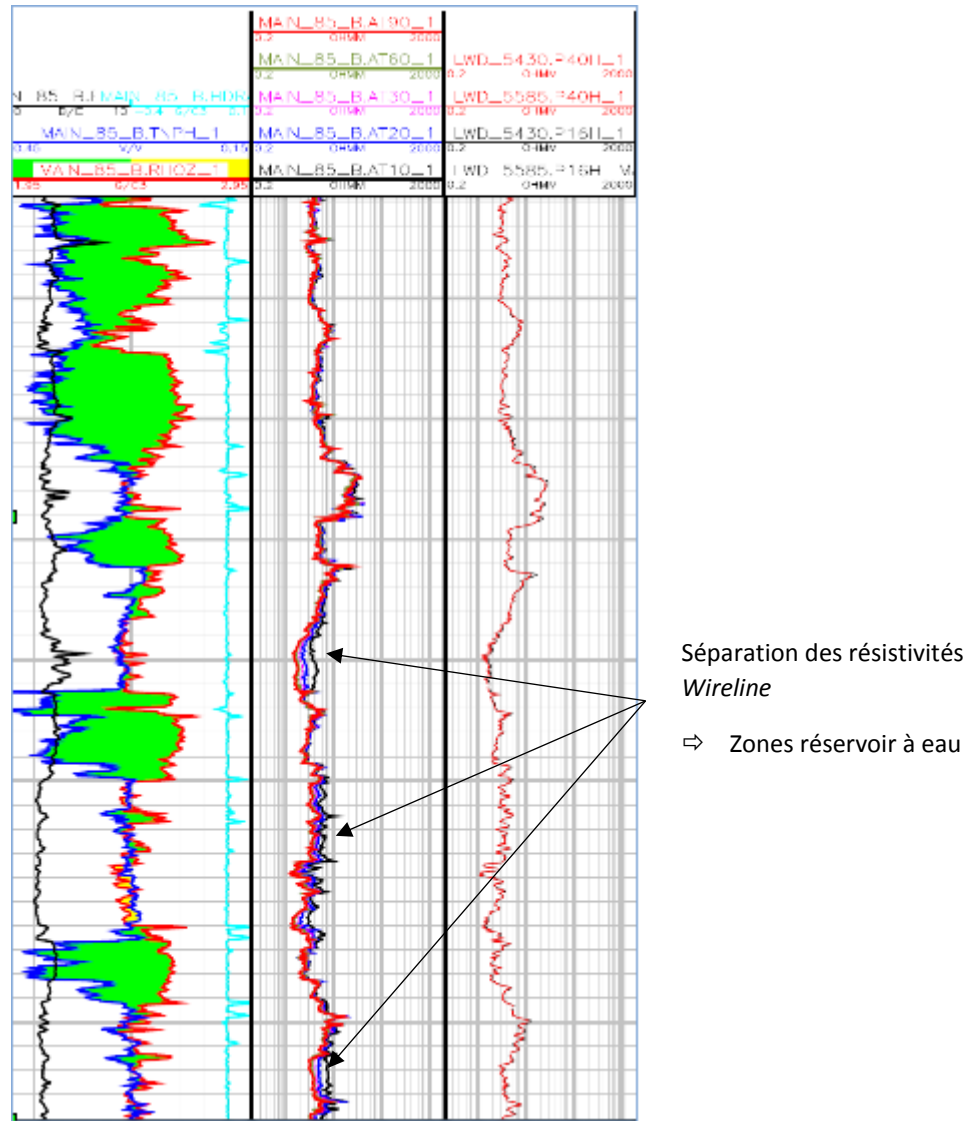


Figure 2.1 A gauche sont représentées sur une échelle compatible les diagraphies de Porosité Neutron et de densité. Au milieu les diagraphies *WireLine* de résistivités. A droite les diagraphies *Logging While Drilling* de résistivités.

## 1.1 Modélisation de l'invasion de l'abord puits et interprétation des diagraphies

L'invasion de boue dans la formation est un processus systématique lié au forage ; il résulte de la pénétration dans la formation, pour peu qu'elle ait des propriétés réservoir, de la boue de forage. Cette dernière est artificiellement maintenue à une pression supérieure à celle de la formation géologique pour empêcher la venue des fluides de formation. Par conséquent, la boue filtre contre la surface libre du milieu poreux ; les particules solides de la boue viennent s'agglomérer à l'interface boue-formation et forment

un cake de boue (mud cake). Ce dernier diminue les propriétés filtrantes du milieu si bien que le processus de filtration cesse une fois le cake complètement imperméable. Le liquide filtré qui envahit la formation est appelé filtrat de boue. Ce dernier a, sur un rayon variable, repoussé les fluides natifs de la formation. Un tel fluide peut être de l'eau pour les boues à base d'eau ou un diesel pour celles à base d'hydrocarbure.

Lors de l'interprétation des diagraphies, l'invasion de boue est modélisée par un effet piston : la formation est divisée en deux zones radiales, l'une correspondante à une zone entièrement envahie par la boue et l'autre à la formation vierge, c'est à dire non atteinte par la boue. Chacune de ces zones est supposée contenir des grandeurs physiques homogènes : porosité, saturation, salinités. Cette hypothèse est représentée figure 2.2. Dans le puits, les propriétés physiques présentes sont uniquement celles afférentes à la boue où  $R_m$  est la résistivité de la boue et  $R_{mc}$  la résistivité du mud cake. Dans la zone envahie (flushed zone), les paramètres physiques sont choisis de façon à assurer le bilan de volume  $Vol_{UWAT} + Vol_{UHC} = Vol_{XWAT} + Vol_{XHC}$ . L'indice  $u$  représente la zone vierge et l'indice  $x$  la zone envahie. Il y a ainsi invariance radiale de la porosité, les fluides se substituant l'un à l'autre intégralement: le fluide d'invasion du domaine envahi remplace une partie de l'eau et de l'hydrocarbure présents dans la zone vierge. La figure 2.3 présente les différents contextes qu'il est possible d'obtenir pour caractériser l'abord puits après invasion en fonction de la nature de la boue utilisée.

Pour une boue à eau envahissant une zone à eau, les saturations de la zone envahie et de la zone vierge sont toutes égales à 1. La résistivité du fluide de la zone vierge est, quant à elle, égale à la résistivité de l'eau native de la formation et celle de la zone envahie à la résistivité du mélange entre filtrat de boue et eau native. On considère d'ailleurs très souvent, pour simplifier, que la zone envahie a la salinité du filtrat de boue (invasion totale). Pour une boue à eau envahissant une zone à hydrocarbure, la saturation de la zone envahie  $S_{xo}$  est supérieure à la saturation de la zone vierge  $S_w$ . Comme pour la zone à eau, les résistivités de l'eau de la zone vierge et de la zone envahie sont égales respectivement à celles de l'eau de formation et du filtrat de boue.

Pour une boue à huile envahissant une zone à eau, le principe est quelque peu différent. On considère que la fraction aqueuse de la boue ne passe pas le filtre du mud cake ; seule la phase diesel pénètre dans la formation. La saturation de la zone envahie  $S_{xo}$  est alors inférieure à la saturation de la zone vierge  $S_w$  égale à 1. Néanmoins, comme il n'y a pas de déplacement de la phase eau, la résistivité de l'eau est égale à celle de l'eau native que ce soit dans le domaine envahi ou non. Enfin, pour une boue à huile envahissant une zone à hydrocarbure, la saturation dans le domaine envahi  $S_{xo}$  sera inférieure (si zone de transition, eau modbile) ou égale (si la saturation est égale à la saturation irréductible) à la saturation  $S_w$  du domaine non envahi. Comme pour la zone à eau, la salinité n'évolue pas radialement.

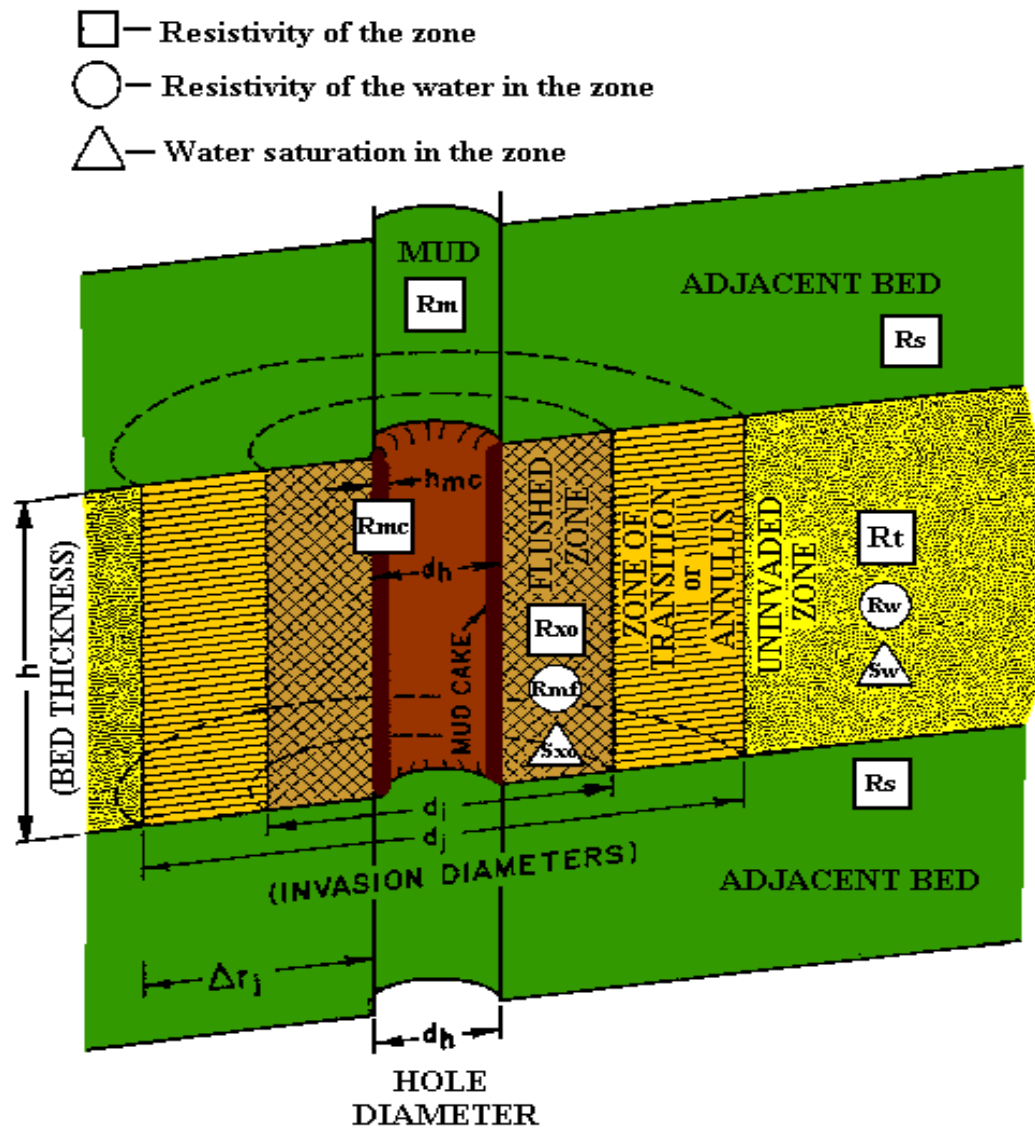
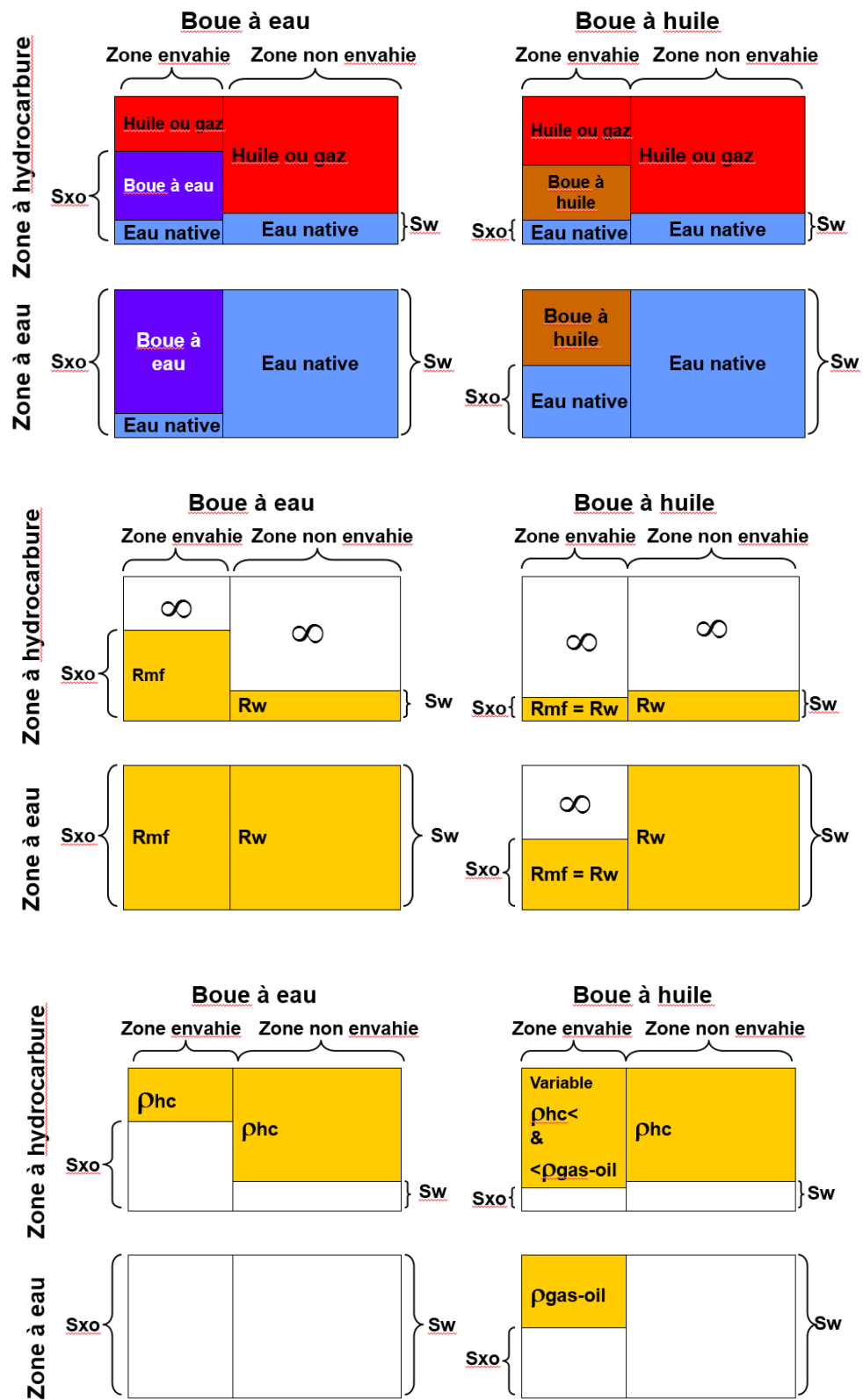


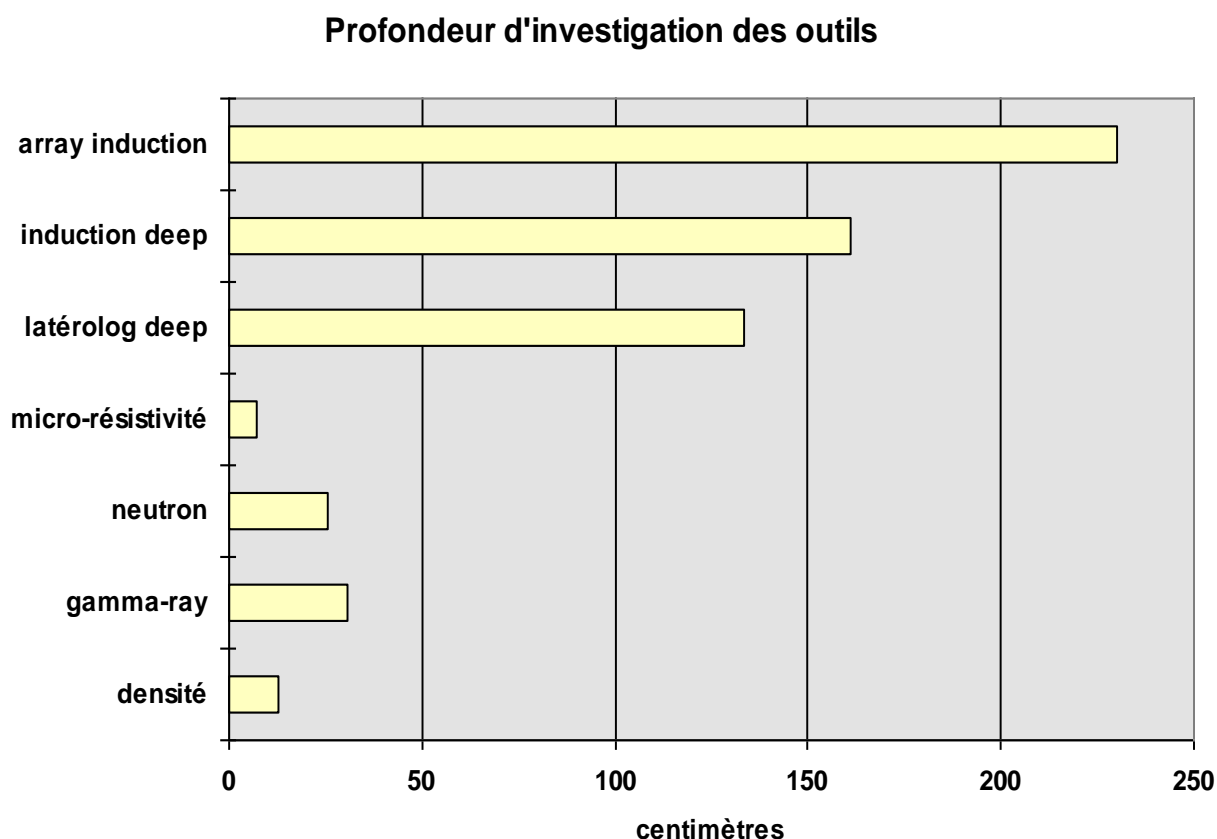
Figure 2.2 Modèle de l'abord puits envahi. Figure issue de « Schlumberger-Log Interpretation Charts-2005 edition »



**Figure 2.3 Modélisation de l'abord puits selon différents contexte avec hypothèse d'effet piston**

Le défaut principal de cette approche est de limiter le processus d'invasion à un simple bilan de volume sans se soucier d'honorer d'autres contraintes physiques: équations dynamique, bilan capillaire... L'invasion de boue est alors prise comme une contrainte, une donnée à corriger, alors qu'elle pourrait être une source d'information concernant les caractéristiques pétrophysiques dynamiques de la formation. En effet, le processus d'invasion peut être globalement comparé aux expériences laboratoire de balayage, avec cependant l'avantage majeur d'être à grande échelle et en conditions réservoirs (fluides natifs en pression, contrainte et température). Bien sûr, quelques particularités seront à prendre en compte, comme la formation du mud cake à l'entrée de la formation, mais le principe reste valable. La dynamique de l'invasion sera détaillée dans la seconde partie de ce chapitre.

Par ailleurs, la substitution fluide *in situ* que représente l'invasion peut être caractérisée par les mesures diagraphiques du fait qu'elles lisent à différentes profondeurs d'investigation dans l'abord puits. Nous avons représenté figure 2.4 les rayons moyens d'investigations des principaux outils (valeurs génériques notionnelles).



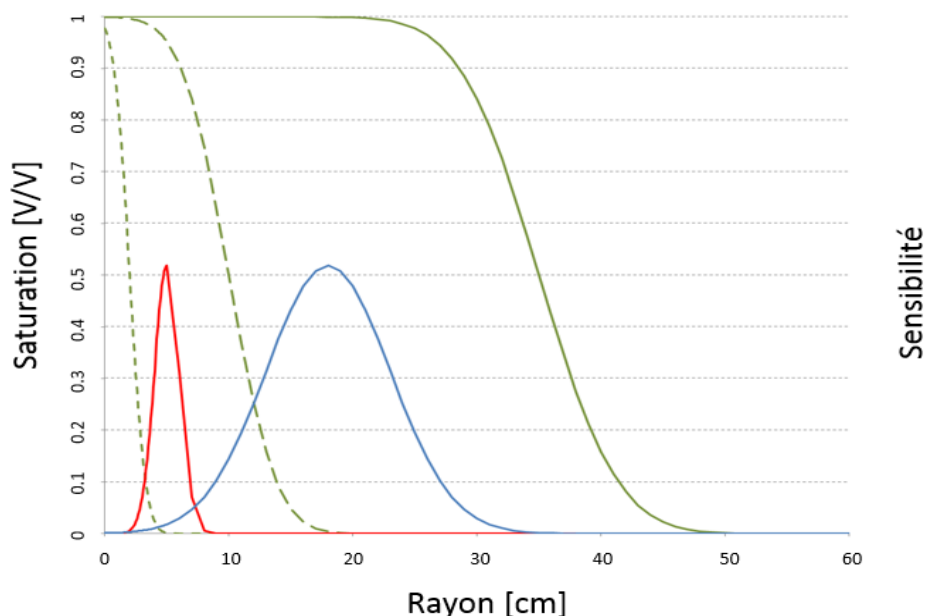
**Figure 2.4 Profondeurs moyennes d'investigation des principaux outils diagraphiques (valeurs notionnelles)**

Généralement, les outils nucléaires lisent proche du rayon du puits et donc quasiment intégralement dans le domaine envahi. Les outils de résistivité ont, en revanche, une profondeur d'investigation plus grande, allant de 10 à 90 pouces dans l'abord puits pour les outils d'induction (25 à 230 cm). Cette différence en termes de rayon d'investigation doit évidemment être prise en compte lors de l'interprétation



diagraphique du fait que l'état d'invasion, et donc de saturation, varie pour chaque type de mesure. Avec l'hypothèse d'effet piston, le problème est souvent simplifié en deux zones radiales homogènes: les diagraphies de faible investigation sont résolues avec les propriétés de la zone envahie, alors que les diagraphies profondes le sont avec celles de la zone vierge. Cette méthode se rapproche du principe d'inversion géométrique où un équivalent radial à deux compartiments est utilisé pour reproduire les données diagraphiques. Cependant, dans ce cas, seules les fonctions de sensibilité des outils diagraphiques sont utilisées pour expliquer la variabilité radiale des données, ce qui, dans bien des cas, ne permet pas de reproduire les diagraphies proprement, notamment quand les fronts d'invasion sont complexes (milieux hétérogènes avec digitations, fronts étalés ou non réguliers). Cela peut d'ailleurs causer des problèmes d'interprétation, notamment pour la résolution des diagraphies de rayons d'investigation assez faible (Neutron et densité par exemple).

Nous avons représenté figure 2.5 plusieurs fronts de saturations possibles pour l'invasion d'une zone à hydrocarbure par une boue à eau ainsi que les fonctions de sensibilité des outils de Neutron Porosité (en bleu) et de densité (en rouge). Dans les trois cas, les saturations proximales et distales aux bornes du système sont strictement les mêmes. Pour le front de saturation correspondant au fort rayon d'invasion, l'hypothèse d'effet piston peut être acceptable : les diagraphies de densité et de Neutron Porosité liront une valeur de saturation proche de 1 et l'utilisation de grandeurs homogènes dans le domaine envahi ne provoquera pas de biais d'interprétation. En revanche, pour le front de saturation intermédiaire, les outils de Neutron Porosité et de densité liront un état de saturation différent l'un de l'autre. L'hypothèse d'effet piston ne peut alors plus être appliquée et peut, sur un couple eau-gaz, introduire un biais significatif sur le calcul de porosité, et par conséquent, de saturation. La modélisation de l'abord puits à l'aide de profils radiaux réalistes d'invasion et répondant à des lois physiques détecterait et résoudrait ce problème.



**Figure 2.5** Trois profils de saturations caractérisant l'invasion d'une zone à hydrocarbure par une boue à eau (en vert) et fonctions de sensibilité des outils de densité (en rouge) et de Neutron Porosité (en bleu)

Le corollaire à un modèle physique radial d'invasion est la modélisation de la réponse des outils diagraphiques. Cela peut être réalisé soit à l'aide de fonctions de sensibilité, comme présenté figure 2.5, qui indiquent la sensibilité de chaque outil à la distance radiale au puits, soit par une modélisation physique complète des sondes diagraphiques.

Ainsi, dans (Mendoza *et al.*, 2007, 2010, 2012), on trouvera un essai de modélisation des outils nucléaires. Le fonctionnement des outils est modélisé à l'aide de fonctions de sensibilité ("Flux scattering functions"-FSFs). Ces fonctions sont obtenues à partir de l'équation intégrale de transport de Boltzmann décrivant le flux reçu sur les détecteurs provenant d'une source radioactive et de l'approximation de Born au premier ordre. Une perturbation est introduite dans un milieu homogène et le flux reçu est calculé à partir du code MCNP (Monte-Carlo N-Particle transport), dont on peut alors dériver les FSFs. Les FSFs représentent ainsi la sensibilité à la fois radiale et verticale des outils. Elles sont dépendantes des caractéristiques pétrophysiques de la formation. L'analyse de sensibilité effectuée par Mendoza indique que les FSFs pour les diagraphies de densité sont peu sensibles à des variations de propriétés pétrophysiques de la formation, contrairement aux diagraphies de Neutron Porosité. Elles sont cependant sensibles au mud cake et à l'invasion. De façon générale, afin d'obtenir le résultat le plus précis possible, les FSFs sont ajustées en fonction des paramètres physiques de la formation, à partir d'une librairie de FSFs disponibles pour de multiples cas de base (Mendoza *et al.*, 2010). On obtient alors une simulation des logs très efficace en termes de temps de calcul (de l'ordre de quelques secondes au lieu de quelques heures avec la méthode MCNP).

Une méthode analogue pour la simulation des logs de résistivité est proposée dans (Gao & Torres-Verdin, 2003) et (Torres-Verdin & Habashy, 2001) avec l'utilisation de l'approximation de Born au premier ordre et la formulation intégrale de l'équation du champ électrique dérivée des équations de Maxwell. On obtient ainsi la simulation de la réponse des outils, dont on peut tirer un champ de résistivités par la résolution d'un problème inverse non linéaire.

## 1.2 Inversion géométrique des outils diagraphiques

L'inversion géométrique consiste à diviser l'abord puits en plusieurs intervalles verticaux ou secteurs radiaux, contenant chacun des grandeurs physiques homogènes, obtenues après inversion des logs et modélisation de la physique des outils. Cette discrétisation pourra notamment éliminer les effets de bord ("shoulder bed effects") dus, par nature, à l'effet de moyenne des sondes diagraphiques (toute diagraphie étant la résultante d'un signal intégré entre un couple émetteur/récepteur spécifique ce qui revient, de fait, à considérer une diagraphie comme une moyenne glissante sur l'épaisseur équivalente à la résolution verticale de l'outil), en particulier dans des faciès peu épais. Le principe de l'inversion géométrique est représenté figure 2.6, tirée de (Serra & Serra, 2003).

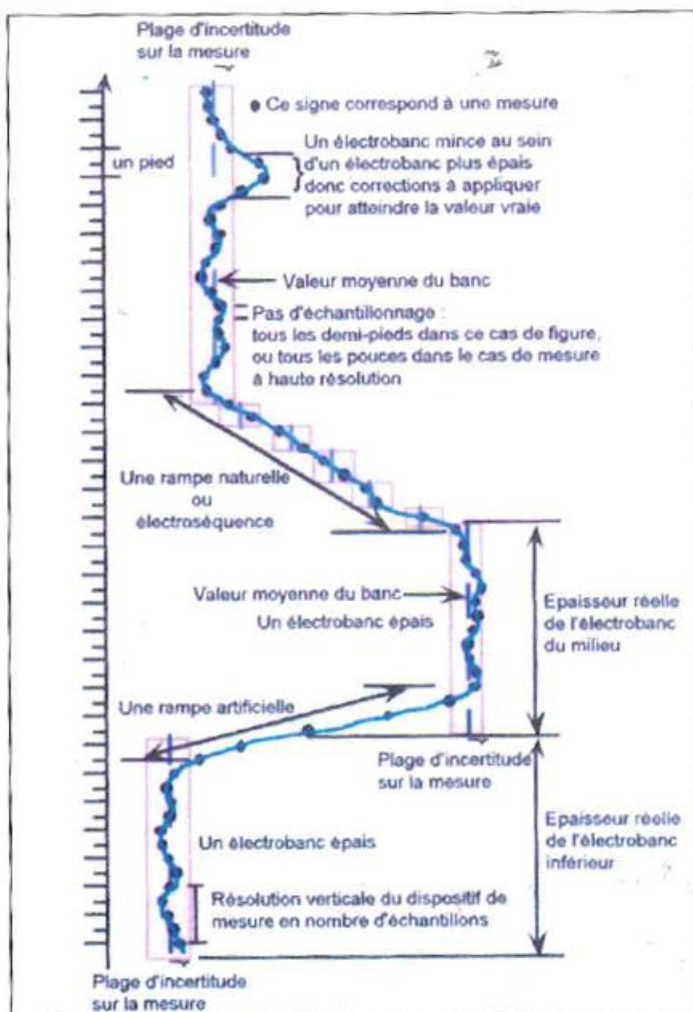


Figure 2.6 Principe de l'inversion géométrique, tiré de (Serra *et al.*, 2003).

Dans le cas d'un puits vertical, la division en plusieurs intervalles se fait par la détection des limites associées à chaque faciès. La méthode employée consiste généralement en la détection de points d'inflexion dans les diagraphies GR ou de densité. Cependant, cette méthode peut poser problème lorsque la résolution verticale du log utilisé est supérieure à l'épaisseur de la couche. Ce point est illustré dans (Sanchez-Ramirez *et al.*, 2010). L'analyse peut alors être affinée en incluant un maximum de logs de résolution variée et en minimisant une fonction coût de la forme:

$$C(x) = \|d(x) - d_m\|_{W_d}^2 + \alpha^2 \|x\|^2 \quad (2.1)$$

Cette méthode est notamment employée par Zoya Heidari dans (Heidari, 2012). Les logs considérés sont les logs de Neutron Porosité, densité, PEF, GR, résistivités, Uranium, Thorium et Potassium.  $d_m$  est le vecteur contenant les logs mesurés,  $x$  est la localisation des frontières des couches,  $d(x)$  les logs simulés,  $W_d$  étant une matrice affectant un certain poids aux différents logs.  $\alpha$  est un paramètre de régularisation

choisi par la méthode *L-curve* (Hansen P. C., 1994). La simulation des diagraphies nucléaires est notamment réalisée à l'aide de la modélisation présentée au paragraphe précédent (§1.1). Les résultats obtenus ont permis un gain significatif dans la détection des frontières de bancs.

La géométrie réelle et le pendage de la formation doivent également être pris en compte dans l'inversion géométrique. Ce point est illustré dans (Ijasaan *et al*, 2013). La position des frontières des bancs est obtenue en utilisant les diagraphies de Gamma Ray, Neutron Porosité et Densité ainsi que des diagraphies d'imagerie à haute résolution. Cette opération est particulièrement importante pour des puits horizontaux ou déviés, pour lesquels l'analyse traditionnelle peut donner des erreurs allant jusqu'à 15% dans l'estimation des volumes d'hydrocarbures du fait de la déviation du puits.

On trouvera dans (Gao & Torres-Verdin, 2003) une inversion d'un champ de conductivités 1D, 1.5D (avec un nombre fixé de zones marquant l'invasion) et 2D. Wang (Wang *et al*, 2008) effectue également l'inversion des résistivités en utilisant l'hypothèse d'effet piston et en inversant les résistivités de la zone envahie et de la zone vierge, ainsi que le rayon d'invasion. Une quantification d'incertitudes est également proposée.

L'inversion géométrique des outils combinée à la simulation numérique des diagraphies permet d'obtenir un modèle d'abord puits permettant d'assurer une cohérence globale entre les propriétés pétrophysiques de la formation et leur distribution spatiale. Un exemple de modèle est donné figure 2.7 où sont représentés le modèle d'abord puits avec hypothèse d'effet piston pour prendre en compte l'invasion et les mesures de résistivités correspondantes, corrigées grâce à l'inversion géométrique. En pratique, l'inversion géométrique est toutefois une opération assez complexe à réaliser. En effet, le découpage est très souvent arbitraire et limité essentiellement au niveau de détail que souhaite représenter l'utilisateur. De plus, on obtient souvent plusieurs solutions aux problèmes inverses posés, notamment dans des bancs fins à cause du manque de mesures azimutales sensibles à l'anisotropie.

Par ailleurs, cette approche ne considère pas la physique complète d'invasion : les rayons des domaines envahis ne sont que des optimums relatifs à la physique des outils mais ne tiennent pas compte de celle de l'invasion elle-même. On se prive ainsi d'une représentation réaliste des profils radiaux sans se soucier de leur compatibilité avec les propriétés de la formation. Pour y remédier, nous proposons d'inclure dans le processus d'inversion la prise en compte des lois physiques de l'invasion que nous présentons au paragraphe suivant.

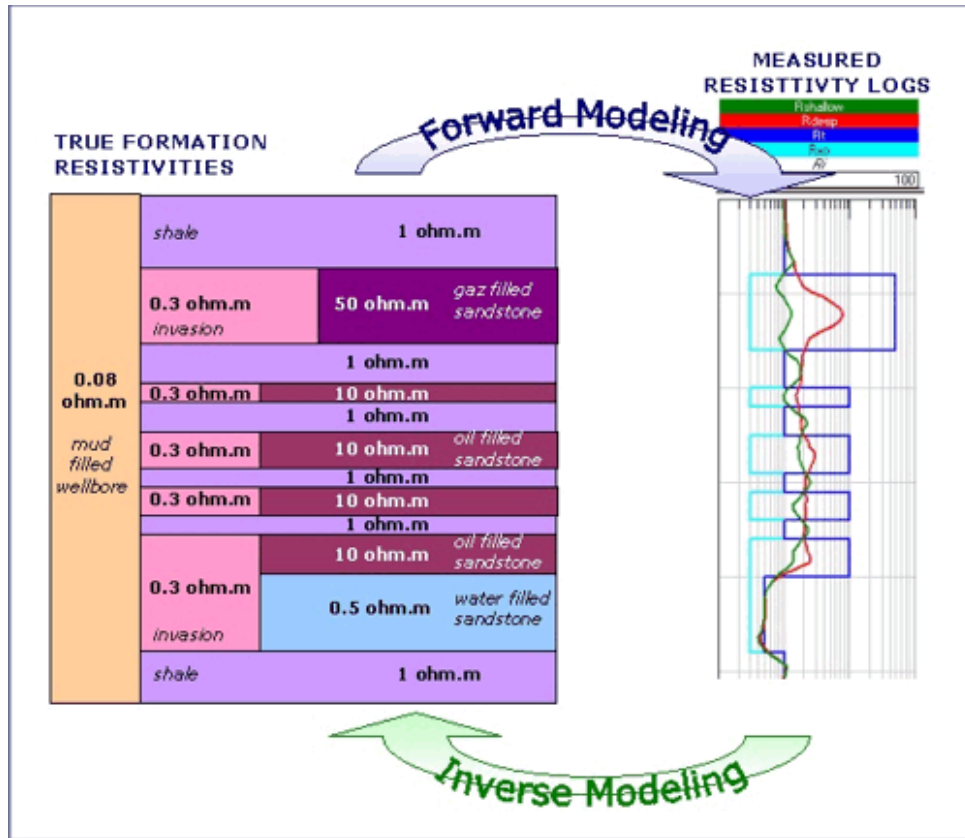


Figure 2.7 Modèle d'abord puits avec hypothèse d'effet piston et mesures de résistivité correspondante après inversion géométrique ©ATEMIS Technologies

## 2. Simulation de l'invasion

L'étude de l'invasion de la boue dans la formation autour du puits occupe une part centrale dans nos travaux car nous nous proposons d'estimer les paramètres pétrophysiques et dynamiques qui la gouverne. Nous effectuons dans ce paragraphe une description phénoménologique de l'invasion, puis les essais de modélisation numérique de ce phénomène.

### 2.1 Bilan phénoménologique des processus physiques mis en jeu

Un bon résumé des processus mis en jeu au cours de l'invasion est donné dans (Allen, 1991). Deux principales étapes peuvent s'en dégager. La première, à l'initial, est la pénétration complète de la boue de forage dans la formation géologique; les particules solides de la boue viennent s'agglomérer dans les pores de la formation au niveau de l'abord puits. En seulement quelques secondes, elles forment un mud cake interne qui ne laissera plus que la phase liquide de la boue pénétrer dans la formation. Commence alors la seconde phase : l'invasion du seul filtrat de boue. Durant cette phase, les particules solides de boue s'agrègent à la surface de la formation côté puits, formant un mud cake externe. Au fur-et-à-mesure de l'invasion, le mud cake s'épaissit et devient de plus en plus imperméable, réduisant en retour l'invasion. L'épaisseur du mud cake est cependant limitée par l'érosion due à l'écoulement annulaire des fluides circulant dans le puits. Du fait de ces deux processus contraires, on distingue, en fonction de celui qui domine, deux types de comportements :

- Le processus de filtration dynamique, au cours duquel la boue circule dans le puits et érode le mud cake ;
- Le processus de filtration statique, au cours duquel il n'y a plus de circulation de boue.

En régime de filtration statique, le mud cake est libre de grossir sans subir d'influence contraire. En même temps que son épaisseur augmente, la filtration devient de plus en plus réduite et le débit diminue au cours du temps, aboutissant à une fermeture progressive du système. La modélisation de cette évolution sera présentée au paragraphe suivant.

En régime de filtration dynamique, le processus de croissance du mud cake se déroule durant une courte période (de quelques minutes à plusieurs heures) jusqu'à ce qu'un équilibre soit atteint avec l'érosion provoquée par l'écoulement de la boue dans le puits. A partir de cet instant, le débit de filtration peut être considéré comme constant (égal à  $q_{circ}$ ) et maintient un régime de filtration permanent. La majorité de l'invasion par le filtrat a lieu au cours de ce processus dynamique. Pour de bons réservoirs (d'une perméabilité supérieure à environ 10 mD), le débit d'invasion est alors quasi-indépendant de la qualité pétrophysique de la formation et uniquement contrôlé par celle du mud cake. Certains auteurs, par exemple (Wu J., 2005), décrivent la première phase de filtration dynamique, au cours de laquelle s'établit le régime permanent (le mud cake grossit et le débit de filtration diminue), comme étant également une phase de filtration statique transitoire.

L'historique d'invasion de filtrat de boue dans la formation peut être ainsi résumé en trois principales étapes : une première phase d'établissement de l'invasion (filtration statique), suivie d'une filtration dynamique permanente au cours de laquelle l'essentiel de l'invasion a lieu, avant une dernière filtration statique à l'arrêt de la circulation (et amenant à l'arrêt progressif de l'invasion). L'évolution de l'historique complet d'invasion est représenté figure 2.8.

En pratique, le puits est soumis à tout un ensemble de contraintes externes pouvant fortement varier au cours du temps (changement de propriétés boue,...) et venant modifier le processus idéal décrit ci-dessus. Le mud cake peut ainsi être partiellement ou totalement détruit au cours du forage, et ce, de multiples fois, réactivant alors un processus de filtration localisé. L'historique « vrai » de l'invasion est donc impossible à caractériser dans son intégralité (pour chaque profondeur et chaque date), celui-ci dépendant de facteurs externes ne pouvant pas ou difficilement être contrôlés ou mesurés.

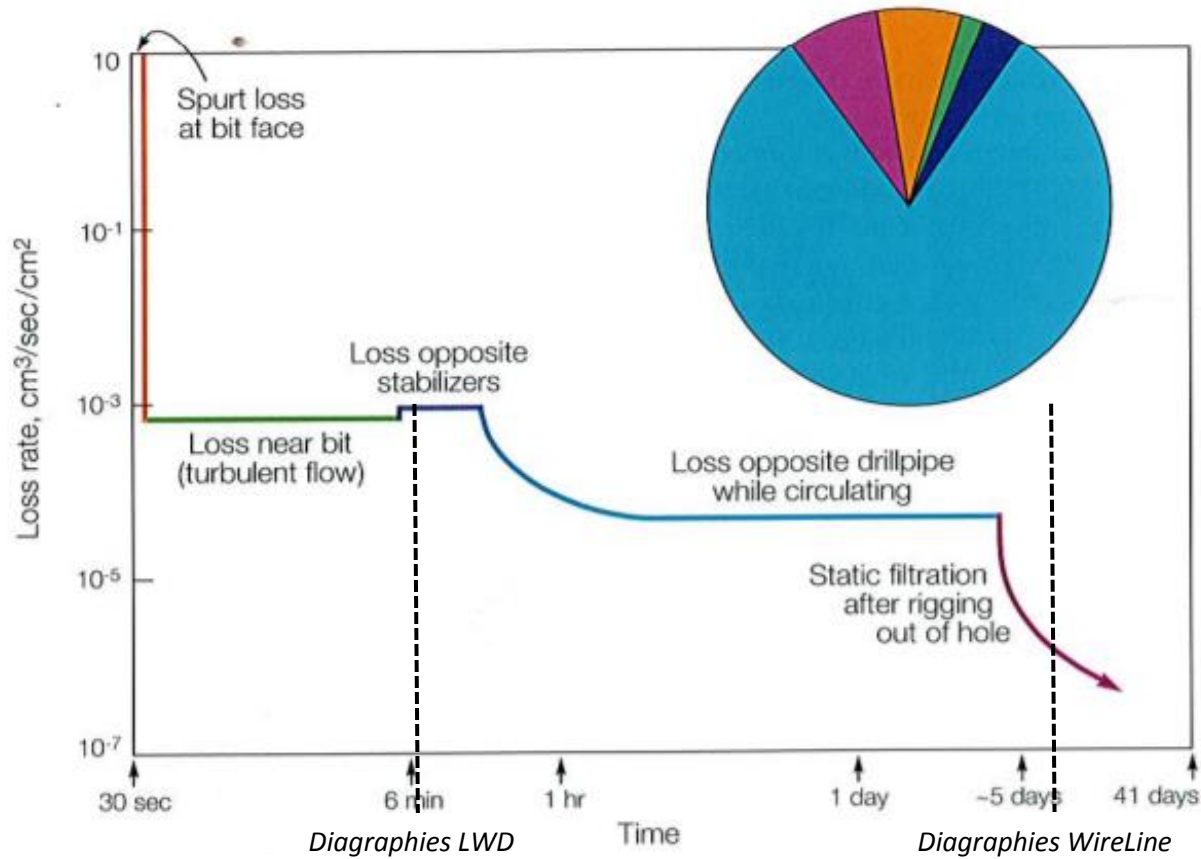


Figure 2.8. Historique de débit de filtration. (Allen, 1991)

Faute de pouvoir décrire précisément l'historique d'invasion, et puisque, lors de l'acquisition des logs, seul ne compte bien souvent que l'état final, on se propose, pour les besoins de simulations, d'assimiler l'état d'invasion observé à un historique notionnel simplifié composé d'une unique séquence équivalente de filtration dynamique puis statique. D'une part, ce cas idéal peut être considéré comme une approximation de la réalité dans le cas où l'impact de la destruction du mud cake est mineur, et, d'autre part, permettre de définir un état de filtration moyen équivalent utile pour paramétrer l'état final d'invasion (et pas l'invasion elle-même). Il en résulte la définition du paramètre de contrôle au premier ordre  $q_{circ}$ , débit moyen caractéristique de filtration.

## 2.2 Modélisation du processus d'invasion

### 2.2.1 Modélisation de la formation du mud cake

Un des simulateurs les plus utilisés dans les publications récentes (notamment UTAPWeLs, simulateur direct d'invasion et des diagraphies développé par l'université d'Austin via le consortium d'évaluation des Formations de Carlos Torres-Verdin) est INVADE (Wu *et al*, 2001; 2004). Il s'agit d'un simulateur adapté d'UTCHEM, qui est un simulateur 3D d'écoulement de fluides. Il est notamment basé sur les travaux de (Chenevert & Dewan, 2001) afin de modéliser la formation du mud cake. Sur la base de nombreuses analyses en laboratoire, (Chenevert & Dewan, 2001) montra que le mud cake pouvait être caractérisé à l'aide d'un minimum de trois paramètres, et tout au plus, six. Les trois paramètres principaux sont la porosité de référence  $\phi_{mc0}$ , la perméabilité de référence  $K_{mc0}$  et l'exposant de compressibilité  $\nu$  du mud

cake. Les paramètres  $X_{mc0}$  correspondent aux propriétés du mud cake libre, tel qu'il se formerait par simple agrégation de particules. Un terme correctif en pression vient alors représenter le fait qu'un mud cake frais est très compressible et, se voyant comprimé par le différentiel de pression entre la formation et le puits, perd ses liquides (réduction de porosité  $\phi_{mc}$ ) et devient de plus en plus imperméable (réduction de perméabilité  $K_{mc}$ ) au cours du temps :

$$K_{mc}(t) = \frac{K_{mc0}}{P_{mc}^\nu} \quad (2.2)$$

Où  $P_{mc}$  est le différentiel de pression de part et d'autre du mud cake. En général,  $\nu$  varie entre 0.4 et 0.9. Une valeur nulle pour  $\nu$  signifierait que le mud cake est incompressible. Une relation similaire existe pour la porosité du mud cake, donnée par :

$$\phi_{mc}(t) = \frac{\phi_{mc0}}{P_{mc}^{\delta \cdot \nu}} \quad (2.3)$$

Où  $\delta$  est un facteur multiplicatif compris entre 0.1 et 0.2.

L'influence du mud cake sur la filtration est alors décrite à l'aide de fonctions paramétriques modélisant le débit d'injection  $q$ . Plusieurs régimes de filtration ont lieu au cours de la formation du mud cake. Le premier est le régime de filtration statique pour lequel les particules solides contenues dans la boue s'agglomèrent contre la paroi. Ce régime est aussi celui décrivant la fin de l'invasion lorsque la circulation de boue a été arrêtée et n'érode plus le mud cake. (Chin, 1995) proposa un modèle de formation du mud cake dans lequel son épaisseur évolue selon l'équation suivante (Wu J., 2005):

$$\frac{dx_{mc}}{dt} = \frac{f_s}{(1-f_s)(1-\phi_{mc})} \cdot \frac{K_{mc}}{\mu_f} \cdot \frac{\Delta P}{x_{mc}} \quad (2.4)$$

Où  $x_{mc}$  est l'épaisseur du mud cake,  $\Delta P$  le différentiel de pression au travers du mud cake,  $\mu_f$  la viscosité du filtrat de boue et  $f_s$  la fraction de solides contenue dans la boue. En supposant une épaisseur nulle à  $t = 0$ , l'intégration de cette équation donne :

$$x_{mc}(t) = \sqrt{\frac{2t\Delta P f_s}{(1-f_s)(1-\phi_{mc})} \frac{K_{mc}}{\mu_f}} \quad (2.5)$$

En régime de filtration statique, l'épaisseur du mud cake évolue ainsi proportionnellement à  $\sqrt{t}$ . Cependant, cette relation n'est valide qu'en supposant  $K_{mc}$  et  $\phi_{mc}$  constants au cours du temps. Or, nous avons vu que ces deux grandeurs étaient reliées au différentiel de pression traversant le mud cake  $P_{mc}$ . Cependant, ce dernier paramètre converge en général très rapidement vers une valeur asymptotique correspondant à la différence entre pression du puits et pression de formation (de quelques secondes à quelques minutes suivant le mud cake et la formation), et peut être considéré comme constant à la vue de la durée de la filtration statique qui peut atteindre plusieurs heures.

Le volume et le débit peuvent alors être exprimés à l'aide de la loi de Darcy :

$$\begin{aligned} V_f &= 2\pi \cdot r_{well} \cdot h \sqrt{\frac{2t\Delta P}{f_s} \frac{K_{mc}(1-f_s)(1-\phi_{mc})}{\mu_f}} \\ q &= 2\pi \cdot r_{well} \cdot h \sqrt{\frac{\Delta P}{t f_s} \frac{K_{mc}(1-f_s)(1-\phi_{mc})}{\mu_f}} \end{aligned} \quad (2.6)$$



En régime de filtration statique, le volume de filtrat est proportionnel à  $\sqrt{t}$  et le débit à  $\frac{1}{\sqrt{t}}$ . Ce régime décrit la dynamique de filtration du mud cake lorsque la boue issue de la circulation ne vient pas éroder sa paroi. Il est apte à décrire la formation du mud cake après circulation et au début de l'invasion, lorsque l'équilibre n'a pas encore été atteint entre érosion et construction du mud cake.

Concernant le régime de filtration dynamique, différents modèles ont été développés afin de prendre en compte l'érosion du mud cake causé par le mouvement de la boue en circulation dans le puits. (Parn-anurak & Engler, 2005) proposa un modèle d'écoulement radial mono-phasique pour lequel l'épaisseur du mud cake est la résultante de deux termes antagonistes : le taux de déposition des particules solide à la surface du mud cake et son taux d'érosion. L'évolution du débit et l'épaisseur du mud cake au cours du temps sont alors données par :

$$q(t) = \frac{q_0 \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) K_{mc}}{\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) K_{mc} + K \ln\left(\frac{r_w}{r_w - x_{mc}(t)}\right)} \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial x_{mc}}{\partial t} = \frac{\frac{1}{2} \frac{q_0 \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) K_{mc} C_{solid}}{\left(\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) K_{mc} + K \ln\left(\frac{r_w}{r_w - x_{mc}(t)}\right)\right) \pi (r_{well} - x_{mc}(t)) h}}{(1 - \phi_{mc}) \rho_c} - \frac{k_\tau \tau}{(1 - \phi_{mc}) \rho_c}$$

Où  $r_e$  est le rayon de l'abord puits (rayon de la formation modélisée dans le simulateur, pris à 10 mètres dans la publication),  $r_w$  le rayon du puits,  $C_{solid}$  la masse volumique des particules solides contenues dans la boue,  $\rho_c$  la densité du mud cake,  $k_\tau$  le coefficient d'érosion,  $\tau$  la force de cisaillement exercée par la circulation de la boue à la surface du mud cake et  $q_0$  est le débit initial de boue lorsque le mud cake n'est pas formé, donné par la loi de Darcy :

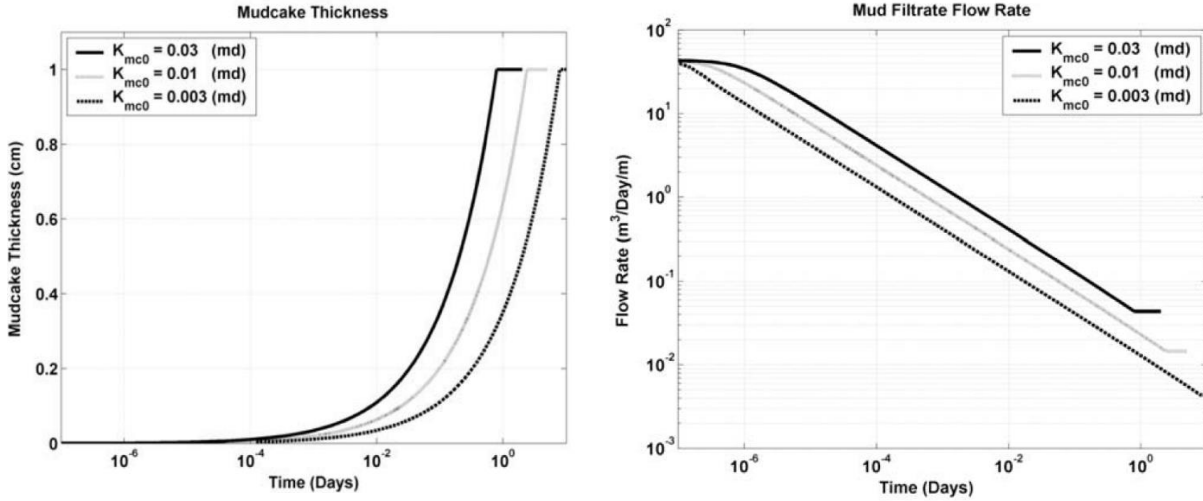
$$q_0 = \frac{2\pi K h}{\Delta P \mu_f \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)} \quad (2.8)$$

$q$  et  $x_{mc}$  sont alors calculées simultanément. Au début de l'invasion, lorsque le mud cake n'a pas commencé à se former, le débit d'invasion est  $q_0$ . Puis, au fur et à mesure de la filtration, l'épaisseur du mud cake augmente et le débit diminue. Lorsque le second terme de l'équation (2.7), qui est le terme d'érosion, vient compenser le premier terme, l'épaisseur du mud cake n'évolue plus et le débit devient constant. Ce modèle a pu être utilisé afin de caractériser le skin de la formation, qui est un facteur caractérisant la réduction de la perméabilité effective dans la zone envahie (Parn-anurak & Engler, 2005). Windarto (Windarto *et al*, 2012) proposa une amélioration de ce modèle en prenant en compte le fait qu'une partie des particules solides contenues dans la boue peut envahir directement la formation (mud cake interne).

Sur la base de ces différents modèles, Wu (Wu J., 2005) proposa un modèle global d'écoulement bi-phasique dans la formation couplé, à son interface, à la dynamique de formation du mud cake. Ce modèle est à la base de INVADE, utilisé pour simuler l'invasion dans UTAPWeLS. Le débit de filtration dynamique est alors donné par:

$$q(t) = \frac{2\pi h \Delta P}{\sum_{i=2}^n \frac{\ln(r_{i+1}) - \ln(r_i)}{\left(\frac{k_{nw}}{\mu_{nw}}\right)_i \left(\frac{P_{c,i}(t) - P_{c,i+1}(t)}{P_{w,i}(t) - P_{w,i+1}(t)}\right) + \left(\frac{k_{nw}}{\mu_{nw}} + \frac{k_w}{\mu_w}\right)_i} + \frac{\mu_f}{K_{mc}} \ln\left(\frac{r_{well}}{r_{well} - x_{mc}(t)}\right)} \quad (2.9)$$

Comme pour le modèle précédent, le débit est à son maximum au début de l'invasion, lorsque  $x_{mc} = 0$ . Lors de la formation du mud cake,  $x_{mc}$  augmente et le débit diminue. Lorsque ce paramètre atteint un maximum, l'invasion n'est alors plus gouvernée que par l'évolution radiale du front de saturation dans la formation.

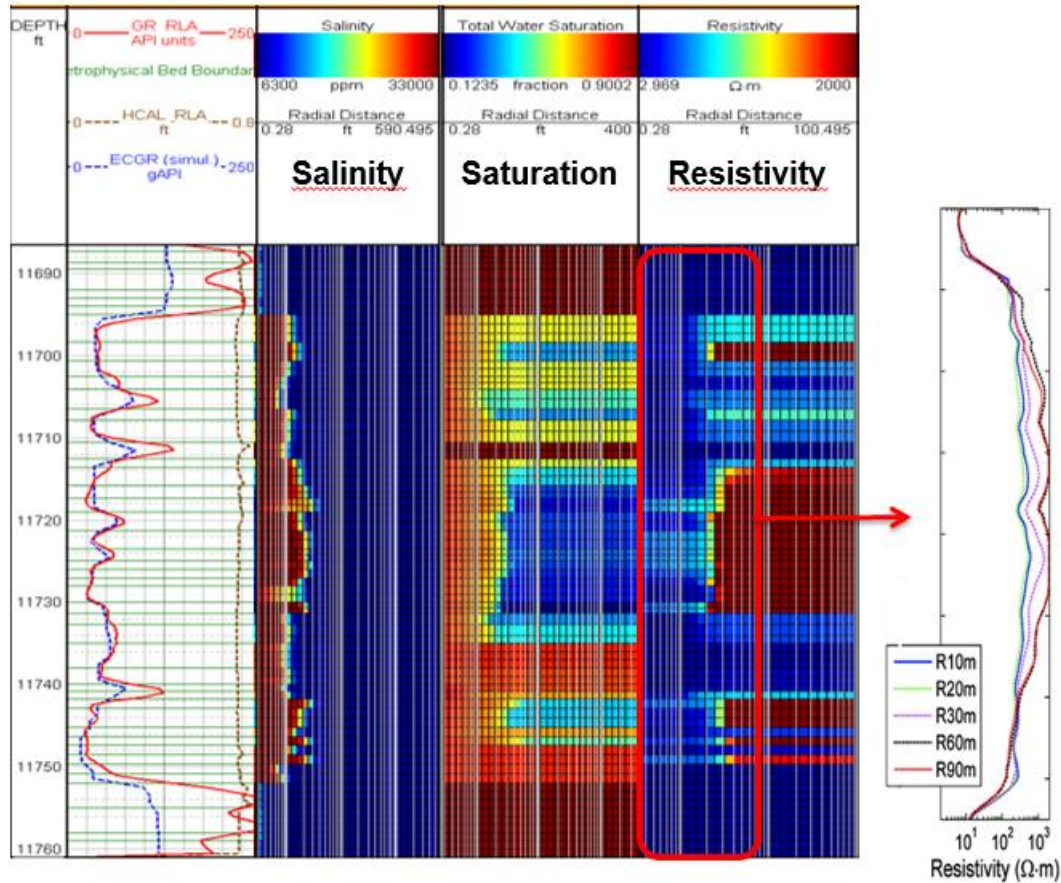


**Figure 2.9 Exemples d'évolution du mud cake en fonction du temps (à gauche) et de débit en fonction du temps (à droite) pour trois valeurs différentes du paramètre caractérisant le comportement du mud cake  $k_{mc0}$ , de (Wu J., 2005)**

### 2.2.2 Modélisation de la répartition du filtrat de boue dans la formation

Les modèles de filtration, aussi sophistiqués soient-ils, ne décrivent finalement que le terme source du processus d'invasion. Le filtrat doit ensuite être réparti dans la formation sous l'effet du gradient radial de pression et des propriétés de la roche et des fluides. Ce comportement revient à de la mécanique des fluides en milieu poreux pour lesquels des modèles d'écoulement conventionnels peuvent être utilisés en symétries radiales.

Reste que l'invasion modifie avec elle les propriétés pétrophysiques et physiques de l'abord puits et impacte les mesures diagraphiques en fonction de leur date d'acquisition. La figure 2.10 est un exemple de modèle d'abord puits envahi par une boue à eau et illustrant les variations radiales de propriétés physiques attendues dans les zones réservoir. Cette simulation a été faite avec le logiciel UTAPWeLs et utilise l'équation (2.9) pour paramétrer l'évolution du débit de filtration au cours du temps.



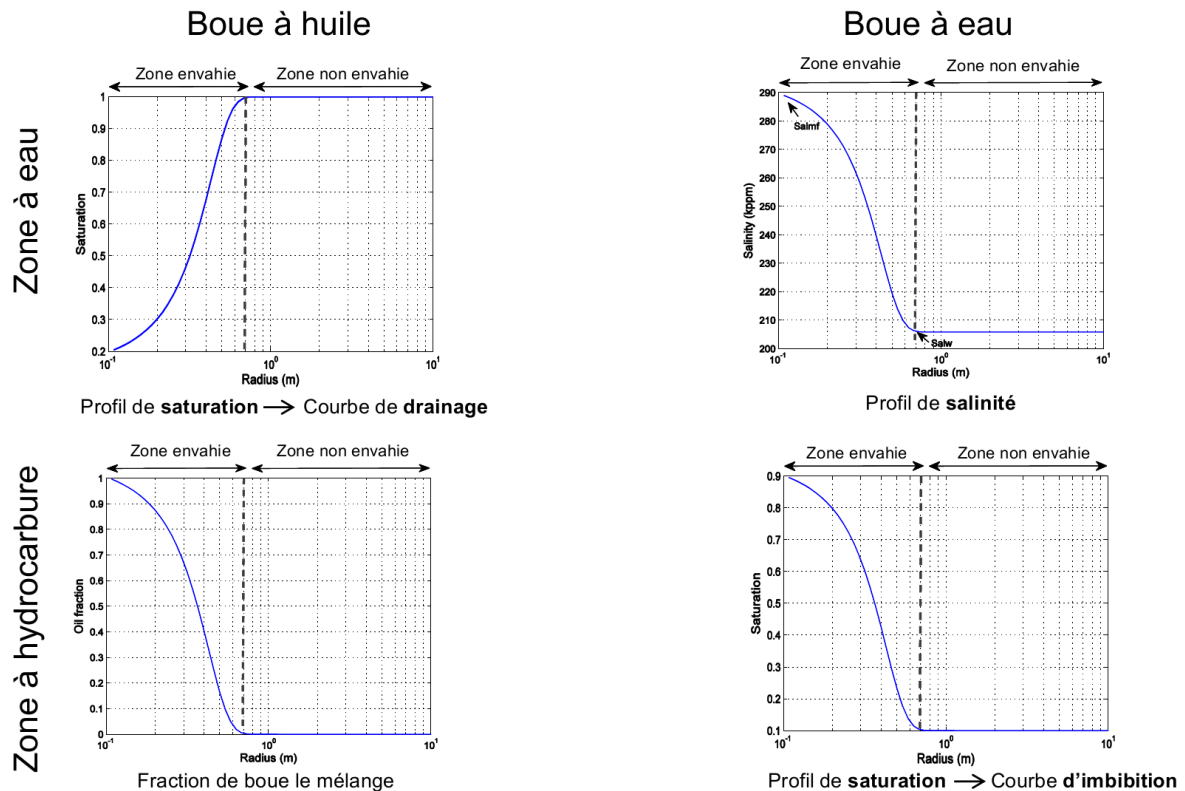
**Figure 2.10 Modèles d'abord puits sur UTAPWeLs© après simulation numérique de l'invasion**

De façon générale, quatre configurations sont à considérer :

- L'invasion de boue à huile dans une zone à eau. Il s'agit d'un mélange non miscible pour lequel la variable pertinente pour décrire l'invasion sera l'évolution du front radial de saturation. Les diagraphies de résistivités seront ainsi celles portant l'information d'invasion;
- L'invasion de boue à huile dans une zone à hydrocarbure. Il s'agit d'un mélange miscible pour lequel la variable pertinente pour décrire l'invasion sera le front de mélange boue/hydrocarbures natifs. Les propriétés physiques qui seront affectées par l'invasion seront notamment la densité, la viscosité et l'indice hydrogène des fluides. Les diagraphies portant l'essentiel de l'information seront les diagraphies Neutron-Densité ;
- L'invasion de boue à eau dans une zone à eau. Il s'agit d'un mélange miscible pour lequel la variable pertinente pour décrire l'invasion sera l'évolution du front radial de salinité. Les diagraphies de résistivités seront de nouveau les données pertinentes;
- Enfin, l'invasion de boue à eau dans une zone à hydrocarbure. Ce mélange non miscible est caractérisé à la fois par l'évolution radiale du front de saturation et par l'évolution du front de salinité. Par ailleurs, contrairement au cas boue à huile/zone à eau, qui était en drainage, le

système devra être décrit en imbibition. Les diagraphies de résistivités seront encore celles portant la majorité de l'information.

La figure 2.11 illustre les différents profils de propriétés physiques dues à l'invasion selon les quatre configurations décrites ci-dessus. Cette figure est à comparer à la figure 2.3 qui représente les quatre configurations avec hypothèse d'effet piston. Ici, les profils obtenus honorent non seulement le bilan de volume mais répondent également aux lois physiques régissant l'invasion dans la formation aussi bien en rayons qu'en formes des fronts.



**Figure 2.11 Profils de différentes propriétés physiques dues à l'invasion selon les quatre configurations fluides boue-hydrocarbure**

Un bon résumé des lois physiques régissant les profils de propriétés physiques lors de l'invasion, notamment pour décrire les variations de saturation, salinité et température, est donné dans (Lee, 2008) dans le cadre de l'invasion par une boue à eau.

Les propriétés physiques de la figure 2.11 sont les principaux paramètres influant la lecture des diagraphies. Salazar (Salazar & Torres-Verdín, 2008) étudia la sensibilité des diagraphies de résistivités à l'invasion d'une boue à eau dans une zone à hydrocarbure ou d'une boue à huile dans une zone à eau. Comme précédemment observé, il conclut que le débit de boue est contrôlé au premier ordre par les propriétés du mud cake et au second ordre par les propriétés de la formation, notamment les pressions capillaires et les perméabilités relatives.

Wu (Wu *et al.*, 2001) a, par ailleurs, observé que le front de saturation obtenu par simulation ne montre que très peu de différences selon que l'on utilise un paramètre de débit  $q$  constant ou variable avec le temps. Le front d'invasion, et notamment sa forme, est, quant à lui, gouverné principalement par les paramètres de pression capillaire ; l'effet piston correspondant à un régime de pressions capillaires nulles. Enfin, la géométrie du puits peut avoir une influence non négligeable sur le débit de filtrat de boue pénétrant la formation (Wu *et al.*, 2004); ainsi, dans le cas d'un puits horizontal, par gravité et accumulation des particules de boue, le mud cake se forme plus rapidement sur la génératrice inférieure. Dans ce cas, il est nécessaire de diviser le puits en segments angulaires pour faire varier le débit azimuthalement.

L'ensemble de ces observations tend à montrer qu'un modèle couplé mud cake/écoulement peut raisonnablement représenter le processus générique d'invasion quand, au premier ordre, sont considérés :

- Une filtration unique, de débit uniforme, pour définir un rayon d'invasion;
- Un jeu de courbes de pressions capillaires pour gérer la distribution radiale du front;

Les diagraphies de résistivités sont sensibles à l'invasion dans toutes les configurations fluides, à l'exception du cas boue à huile/zone à hydrocarbure. Les paramètres du mud cake, inconnus, ont un rôle prépondérant sur l'invasion.

### 3. Tentatives d'inversion des paramètres pétrophysiques intégrant la modélisation de l'invasion

Sur la base des observations précédentes, la physique du processus d'invasion peut être complètement décrite au premier ordre par modèle direct. On dispose par ailleurs de mesures radialement distribuées sensibles au phénomène dynamique d'invasion dans une majorité de configurations. On se propose à cette étape de poser le problème inverse consistant à évaluer les propriétés dynamiques des formations à partir des simples données diagraphiques.

Salazar (Salazar & Sigal, 2005) proposa une méthode d'inversion pour estimer les perméabilités de formations en milieu clastique en utilisant la simulation de l'invasion de boue. Cette méthode repose sur la présence d'un puits de référence pour lequel des mesures laboratoires de porosité, perméabilité, pression capillaire et perméabilités relatives sont à disposition. Ces mesures ont permis de construire une loi de perméabilité et un modèle de saturation pour un faciès présent sur le puits considéré, et ce, en utilisant une équation de type Winland dont les coefficients ont été ajustés sur les mesures. Le processus d'invasion a ensuite été simulé à l'aide du code INVADE en utilisant les paramètres issus des analyses laboratoire. Le cas considéré ici est l'invasion d'une boue à eau dans une zone à hydrocarbures. Les paramètres électriques de la loi d'Archie ont alors été ajustés afin d'obtenir une bonne correspondance entre les diagraphies de résistivités simulées et les diagraphies de résistivités mesurées.

Une fois calé, le modèle a été appliqué sur des puits non carottés. Le résultat de l'étape précédente est utilisé comme modèle de base et seule la perméabilité est ajustée afin d'obtenir une correspondance entre résistivités simulées et mesures diagraphiques. Il a pu alors être observé que le résultat de perméabilités était cohérent avec les données issues d'un deuxième puits du même champ mais que ce modèle devait être ajusté pour un troisième puits. L'inversion seule de la perméabilité, tout autre

paramètre étant fixé par ailleurs, est potentiellement à la source de cette limitation et dénote le caractère lié des variables du problème. Cette approche a, par ailleurs, permis à l'aide du processus d'invasion de mettre à l'échelle diagraphique les propriétés pétrophysiques dérivées des mesures laboratoire. Toutefois, cela repose sur des hypothèses qui peuvent être limitantes dans le cadre d'une application industrielle dans la mesure où tout l'historique de l'invasion se doit d'être simulé via la connaissance précise des paramètres de boue, généralement très incertains.

Toujours sur le même principe, Heidari (Heidari & Torres-Verdín, 2012) a proposé une méthode d'inversion des paramètres pétrophysiques et dynamiques pour des puits en boue à huile à l'aide des seules mesures diagraphiques. Les paramètres estimés sont les suivants : la porosité, la saturation, la perméabilité, la pression capillaire et la perméabilité relative. Ces paramètres servent à peupler un modèle numérique utilisé pour simuler l'invasion, les paramètres caractérisant la boue étant supposés connus. S'agissant d'une boue à huile, il n'y a pas de variation radiale de salinité entre boue et formation ; la variable pertinente pour décrire l'invasion est alors le front de saturation. Les paramètres sont ensuite ajustés itérativement afin que le front saturation simulé reproduise au mieux les données diagraphiques, à savoir les diagraphies de résistivité, de densité, de Neutron/Densité et de facteur photo-électrique. La figure 2.12 représente la méthode d'inversion proposée par Heidari.

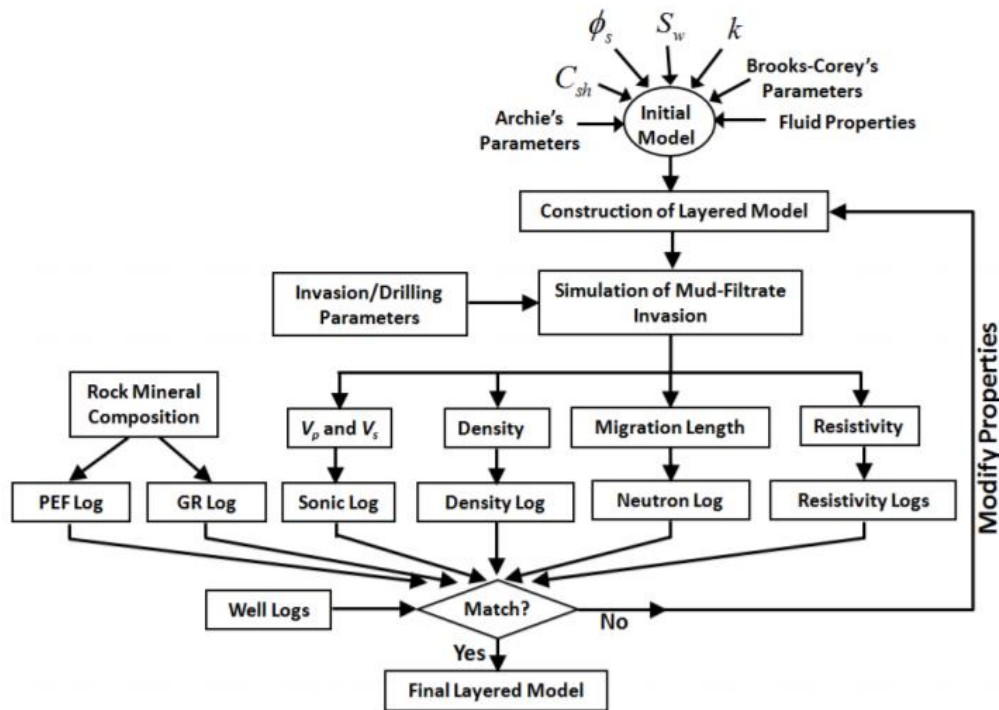


Figure 2.12 Méthode d'inversion proposée par (Heidari, 2012)

L'estimation des paramètres pétrophysiques et dynamiques se fait par la résolution du problème inverse suivant pour chaque intervalle profondeur :

$$\min_x \|d(x) - d_m\|_{W_d}^2 + \alpha^2 \|x\|^2 \quad (2.10)$$

Où le vecteur  $x$  est donné par :

$$x = [C_m, C_{sh}, \phi_s, S_w, S_{wirr}, K, P_c^0, e_p, k_{rh}^0, e_h]^T$$

Les six premiers paramètres sont les concentrations volumiques de chaque minéral ( $C_m$ ), de l'argile ( $C_{sh}$ ), la porosité ( $\phi_s$ ), la saturation ( $S_w$ ), la saturation irréductible ( $S_{wirr}$ ) et la perméabilité ( $K$ ). Les paramètres restants sont les paramètres permettant de construire les courbes de pression capillaire et de perméabilité relative. Le vecteur des diagraphies utilisées pour l'inversion à chaque niveau est le suivant :

$$d = [\phi_N, \rho_b, PEF, GR, \sigma_{10}, \sigma_{20}, \sigma_{30}, \sigma_{60}, \sigma_{90}]^T$$

Où chaque entrée représente respectivement la diagraphie de Neutron Porosité, de densité, de PEF, de Gamma Ray, de conductivité à 10, 20, 30, 60 et 90 pouces de profondeur d'investigation. La matrice  $W_d$  permet de pondérer l'importance de chaque mesure dans l'inversion. Le paramètre  $\alpha$  est un paramètre de régularisation obtenu avec la stratégie L-curve (Hansen P. C., 1994). La fonction coût du problème 2.10 est minimisée à l'aide de la méthode Levenberg-Marquardt pour laquelle le Jacobien est calculé par différences finies.

L'inversion simultanée de tous les paramètres a mené à un problème fortement multi-modal. L'approche a alors été modifiée suivant la méthode préconisée par (Angeles, 2009) de façon à inverser les paramètres itérativement, suivant leur sensibilité aux mesures. La figure 2.13 présente la méthode d'inversion employée. Toutefois, les solutions obtenues se sont révélées toujours fortement dépendantes du point de départ. Heidari a pu noter par exemple pour un puits synthétique qu'une perturbation de 10% sur la perméabilité au point de départ entraînait une erreur de 40% sur la perméabilité inversée. Des mesures laboratoires ont ainsi dûes être introduites afin de caler l'état initial, en particulier les perméabilités, les pressions capillaires et perméabilités relatives. Les paramètres inversés sont également utilisés afin de simuler le profil de saturation vertical et ainsi valider le résultat obtenu.

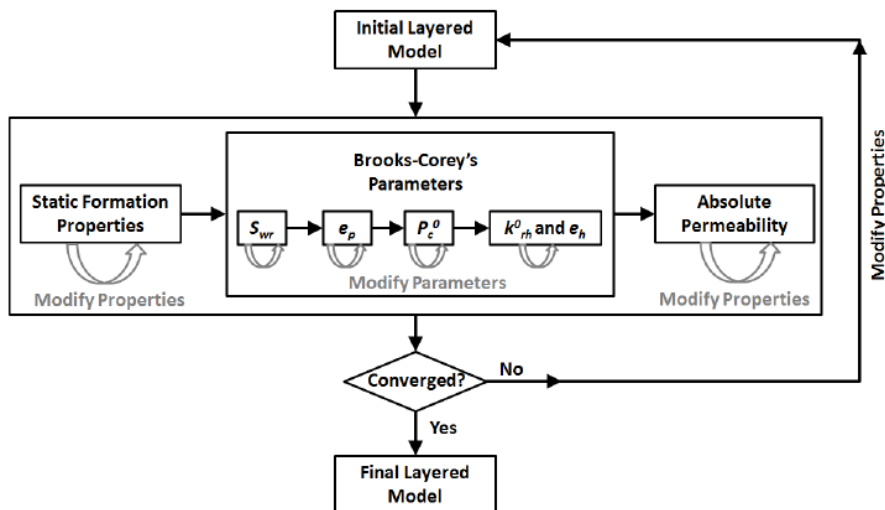


Figure 2.13 Méthode itérative employée par (Heidari, 2012)

Bien que représentant le modèle le plus abouti des techniques d'inversion des diagraphies, l'approche Heidari souffre d'une limitation majeure : l'estimation des propriétés dynamiques des formations par inversion des diagraphies se doit d'être conditionnée par une couverture complète en données laboratoire, ce qui retire tout intérêt prédictif à l'approche. Le calage sur une verticale puits est par ailleurs un standard du calage diagraphique et ne représente pas une nouveauté. De fait, l'utilisateur obtient au mieux un modèle cohérent et synthétique mais sans information nouvelle d'ordre pétrophysique. Une partie de ces limitations vient du caractère multi-modal du problème qui repose sur le besoin de simuler un historique d'invasion complet. Hors, ce dernier n'est quasiment pas décrit par les données diagraphiques, celles-ci étant essentiellement acquises dans une fenêtre de temps très réduite en fin d'invasion (pour les diagraphies au câble).

Pour tenter de contraindre les propriétés dynamiques des formations sans l'aide des données carottes, Alpak a proposé dans sa thèse (Alpak, 2005) d'inverser les paramètres pétrophysiques à partir des diagraphies de résistivités combinées aux transitoires de pression (WFTs). Par ailleurs, pour tester l'effet d'historique, dans (Alpak, 2011), la porosité et la perméabilité absolue sont estimées à partir des seules diagraphies de résistivité acquises à plusieurs instants différents. Le cas étudié est celui d'une invasion d'une zone à eau par une boue à eau. L'invasion est simulée avec INVADE et la loi d'Archie est utilisée pour relier saturations et résistivités. Le problème d'inversion est la minimisation d'une fonction coût représentant l'écart quadratique entre diagraphies simulées et diagraphies mesurées grâce à l'algorithme de Gauss Newton, après changement de variable pour supprimer les contraintes de bord. L'incertitude sur les paramètres inversés est estimée à l'aide de la borne de Cramer-Rao. Une analyse de sensibilité a été réalisée par rapport aux paramètres d'invasion ; il y est notamment constaté que l'estimation de la perméabilité est meilleure lorsque la durée simulée d'invasion augmente et lorsque le front d'invasion est inférieur au rayon d'investigation de la résistivité la plus profonde. D'autres tests sont effectués, notamment avec l'introduction d'un bruit allant jusqu'à 21% sur les diagraphies pour tester la sensibilité sur les paramètres de pression capillaire et de perméabilités relatives. Dans tous les cas, la porosité est le paramètre estimé avec le plus de précision, la perméabilité étant relativement sensible aux paramètres de la boue (inconnus) et aux courbes de  $P_c$  (recherchées). Cette approche souffre des mêmes inconvénients que ceux rencontrés avec l'approche Heidari, à savoir la nécessité de simuler l'historique complet d'invasion qui dépend de paramètres de boue mal définis.

D'autres essais d'inversion ont encore été réalisés avec cette même hypothèse. Ainsi, dans (Yao & Holditch, 1996), la perméabilité est estimée à partir de diagraphies de résistivités et nucléaires à différents instants. Le cas étudié est le cas d'une zone contenant de l'eau et du gaz envahie par une boue à eau. L'invasion est simulée par un simulateur d'écoulement bi-phasique avec un débit d'injection constant. Le simulateur est modifié de façon à prendre en compte la perméabilité du mud cake. Les résistivités sont obtenues grâce à la loi d'Archie et des fonctions de sensibilités sont utilisées pour simuler la réponse des outils. On observe l'évolution du front d'invasion grâce aux résistivités prises à différents instants, tandis que les logs Neutron Porosité et densité n'évoluent guère du fait de leur faible investigation. La perméabilité est alors estimée grâce à une méthode d'History Matching.

Quelque soit le succès des techniques posant le problème à partir de mesures répétées, il reste que ces configurations sont très peu réalistes dans la mesure où des diagraphies ne sont en général répétées dans le temps que dans le cas d'un problème de qualité des données (quand un jeu de données diagraphiques est inexploitable). Très souvent, ne sont à disposition que des diagraphies *LWD* prises quelques minutes après le début de l'invasion ou des diagraphies *Wireline* prises après la fin de l'invasion, rarement les deux.



Enfin, dans les quelques cas d'acquisitions répétées, l'opportunité de faire des mesures en cours d'invasion pour tout type de formation géologique est un cas rarissime. Cela explique entre autre pourquoi les méthodes d'inversion pétrophysique des diagraphies ont été le lieu d'importants développements théoriques mais n'ont jamais réussi à trouver d'application pratique dans le milieu pétrolier bien que permettant, potentiellement, d'apporter une valeur essentielle aux données diagraphiques et à toute la chaîne d'évaluation des formations.

## 4. Conclusion

Au terme de ce chapitre, nous avons vu l'importance que peut revêtir la simulation de l'invasion afin d'obtenir un modèle réaliste d'abord puits permettant de réconcilier propriétés physiques et diagraphiques à l'aide d'équations couvrant l'essentiel des processus physiques ayant lieu dans les premiers décimètres autour du puits. Ces approches vont au-delà du bilan de volume conventionnel, comme cela est fait au travers du modèle d'invasion piston. Le problème majeur posé par ces approches physique réside dans le fait qu'une simulation complète de l'historique d'invasion est quasiment impossible faute de disposer de contraintes et mesures suffisantes. Cela rend ces méthodes difficiles d'application à des cas réels, et ce, pour deux raisons : les paramètres de boue sont très incertains et l'historique d'invasion peut être quelconque (un mud cake peut être détruit à plusieurs reprises au cours du forage). Il en résulte un problème inverse fortement multimodal, comme cela a pu être observé par Heidari et Salazar.

Pour que ces approches soient applicables, il faut contraindre le problème inverse à l'aide de données laboratoire ou le résoudre avec des mesures prises à des instants différents. Cela retire l'intérêt de ces approches dans la mesure où les données laboratoires portent déjà l'information pétrophysique qu'on souhaite inverser et il n'existe pas en pratique de mesure permettant de capter l'historique d'invasion. Cet effet d'historique est donc ce que l'on cherche à éliminer et l'on présentera au chapitre suivant les hypothèses et le formalisme utilisé à cette fin.

### CHAPITRE 3 : METHODE D'INVERSION DES PROPRIETES PETROPHYSIQUES PAR FACIES

Le travail de thèse s'est focalisé à étudier la façon d'obtenir des informations pétrophysiques et dynamiques à l'aide de l'invasion de boue. Seule l'invasion par une boue à huile a été prise en compte dans le cadre de cette étude, ce type de boue étant encore représentatif de la majorité des forages. Par ailleurs, l'invasion d'une zone à eau par une boue à huile est un processus de drainage, comparable à la migration des hydrocarbures dans le réservoir. Le résultat en est la substitution des fluides natifs de la formation par le filtrat de boue, donnant lieu à divers profils radiaux de saturation gouvernés par des lois pétrophysiques et dynamiques. Nous présentons d'abord dans ce chapitre les hypothèses et le formalisme choisi afin de modéliser ces profils, ainsi que l'originalité de notre approche par rapport à la littérature existante, décrite dans le chapitre 2.

La caractérisation de l'invasion se fait principalement grâce aux diagraphies de résistivités. Chaque outil de résistivité répond à une profondeur d'investigation différente. Pour des outils d'induction, qui sont les outils utilisés pour nos cas d'application, la résistivité la plus proche lit à 10 pouces (25.4 cm) du puits et la plus éloignée à 90 pouces (229 cm). L'invasion est ainsi détectable lorsque les courbes de résistivité se séparent, indiquant un gradient de résistivité et donc un changement des proportions fluide dans la direction radiale. Nous présenterons comment les outils de résistivité sont pris en compte dans notre approche dans la seconde partie de ce chapitre.

Ces deux premières parties forment le modèle direct qui est régi par les paramètres pétrophysiques que l'on cherche à inverser. Nous présenterons dans les deux dernières parties la méthode d'inversion, d'abord pour un niveau particulier de la zone à eau envahie par la boue à huile, puis pour l'ensemble d'un faciès pour lequel les corrélations pétrophysiques entre différents niveaux seront prises en compte.

## 1. Modélisation de l'invasion d'une boue à huile dans une zone à eau

### 1.1 Hypothèse d'équilibre capillaire et formalisme utilisé pour décrire les profils de saturation

Un des problèmes majeurs des approches décrites dans le chapitre 2 pour simuler l'invasion provient du fait que l'information dont on dispose n'est pas suffisante pour en caractériser l'historique. Les diagraphies *Logging While Drilling* (LWD) sont prises seulement quelques minutes après le début de l'invasion et les diagraphies *Wireline* (WL) en général après plusieurs jours. La figure 2.8 (chapitre 2) est la représentation d'un historique de débit d'invasion typique, sur laquelle nous avons représenté les dates d'acquisition de ces deux types de mesures. Les diagraphies LWD ne pourront, sauf en de rares exceptions, être d'aucune utilité pour décrire l'invasion, celle-ci n'ayant quasiment pas débuté lorsque qu'elles sont acquises. Les diagraphies WL sont donc les seules susceptibles d'être porteuses d'information, mais ne pourront que décrire l'état final d'invasion pour lequel l'équilibre a été atteint entre le filtrat de boue et les fluides natifs de la formation.

En considérant l'invasion d'une zone à eau par une boue à huile, les équations de conservation de masse pour l'eau et le filtrat de boue donnent :

$$\frac{\partial(\phi\rho_w S_w)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_w q_w) \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial(\phi \rho_o S_o)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_o q_o) \quad (3.2)$$

L'indice  $w$  représente l'eau et  $o$  l'huile,  $\rho$  est la densité,  $S$  est la saturation et  $q$  le débit. Pour chaque phase, la loi de Darcy donne:

$$q_w = -\frac{k_{rw} \cdot k}{\mu_w} \nabla P_w \quad (3.3)$$

$$q_o = -\frac{k_{ro} \cdot k}{\mu_o} \nabla P_o \quad (3.4)$$

$k$  est la perméabilité,  $k_r$  la perméabilité relative,  $\mu$  la viscosité et  $P$  la pression. Dans notre cas, les saturations sont reliées entre elles par la relation :

$$S_w + S_o = 1 \quad (3.5)$$

Les pressions capillaires permettent d'exprimer le différentiel de pression entre l'eau et l'hydrocarbure :

$$P_c = P_o - P_w \quad (3.6)$$

Notre approche consiste à ne pas chercher à simuler l'historique complet de l'invasion mais seulement l'état final d'équilibre, auquel sont sensibles les diagraphies *Wireline*. Le problème pourra alors se présenter sous une forme plus directe au regard de certaines grandeurs pétrophysiques et ainsi lever les indéterminations exposées au chapitre 2. Nous considérons ainsi les fluides comme équilibrés radialement et régis au premier ordre par uniquement les pressions capillaires. Le terme de compressibilité est négligé et la température est supposée constante radialement. Nous négligeons également les termes gravitaires. Ces hypothèses étant posées, les équations (3.1) à (3.6) mènent au système d'équations suivant, exprimé en coordonnées cylindriques :

$$\mu_w \phi \frac{\partial S_w}{\partial P_c} \cdot \left( \frac{\partial P_o}{\partial t} - \frac{\partial P_w}{\partial t} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot k \cdot k_{rw} \cdot \frac{\partial P_w}{\partial r} \right) \quad (3.7)$$

$$\mu_o \phi \frac{\partial S_w}{\partial P_c} \cdot \left( \frac{\partial P_w}{\partial t} - \frac{\partial P_o}{\partial t} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot k \cdot k_{ro} \cdot \frac{\partial P_o}{\partial r} \right) \quad (3.8)$$

Où les conditions de bord sont données par :

$$\lim_{r \rightarrow r_{well}^+} 2\pi \cdot r \cdot k \cdot k_{ro} \cdot \frac{\partial P_o}{\partial r} = \mu_o \cdot q_o \quad (3.9)$$

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} P_w = P_{form} \quad (3.10)$$

$P_{form}$  est la pression de formation et  $q_o$  le débit de filtrat de boue entrant dans la formation. Enfin, le système est complètement déterminé grâce à la condition initiale :

$$P_o(t = 0) = P_w(t = 0) = P_{form} \quad (3.11)$$

Le formalisme de Brook-Corey a été choisi afin d'exprimer les pressions capillaires en fonction de la saturation. Celui-ci a l'avantage d'être très utilisé dans le domaine de l'ingénierie réservoir (mesures laboratoire exprimées sous cette forme, modèle intégré aux simulateurs commerciaux...) et est particulièrement apte à décrire le type de roches rencontrées habituellement dans le domaine pétrolier. Il relie pressions capillaires et saturations de la façon suivante :

$$P_c = P_d \cdot \left( \frac{S_w - S_{wirr}}{1 - S_{wirr}} \right)^{-\lambda} \quad (3.12)$$

$P_d$  est la pression de déplacement,  $S_{wirr}$  la saturation irréductible et  $\lambda$  l'index de distribution de tailles de pores. Le formalisme de Burdine a quant à lui été choisi pour exprimer les perméabilités relatives de la phase non mouillante :

$$k_{ro} = (1 - S_w^*)^2 \cdot \frac{\int_{S_w^*}^1 \frac{dS_w^*}{P_c^2}}{\int_0^1 \frac{dS_w^*}{P_c^2}} \quad (3.13)$$

$P_c$  est la pression capillaire et  $S_w^*$  la saturation normalisée, donnée par :

$$S_w^* = \frac{S_w - S_{wirr} - S_{or}}{1 - S_{wirr} - S_{or}} \quad (3.14)$$

La combinaison du formalisme de Burdine et du formalisme de Brook Corey donne :

$$k_{ro} = (1 - S_w^*)^2 \cdot \left( 1 - S_w^* \frac{2+\lambda}{\lambda} \right) \quad (3.15)$$

Le choix d'utiliser le formalisme de Brook Corey pour exprimer pressions capillaires et perméabilités relatives n'est pas déterminant dans l'obtention des profils de saturation et n'impacte pas significativement les résultats.

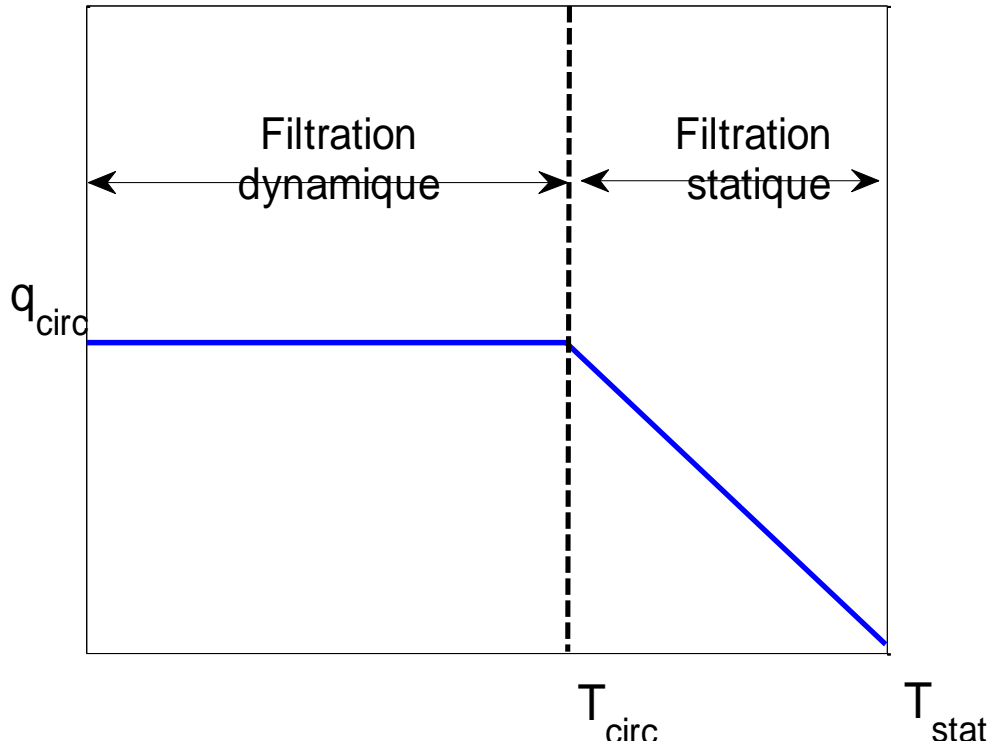
Concernant la modélisation du moteur de la filtration – l'invasion –, différentes approches de la littérature ont été analysées dans le chapitre 2 et sont synthétisées ci-après :

Trois grandes phases peuvent se dégager:

- Tout d'abord, le mud cake se forme par agrégation des particules solides contenues dans la boue. Il s'agit de la première phase de filtration statique. Le débit est alors proportionnel à  $\frac{1}{\sqrt{t}}$ ;

- Ensuite, la circulation de boue au niveau de la paroi du puits érode le mud cake, qui ne peut alors plus grossir. Il s'agit de la phase de filtration dynamique. Durant cette phase, le débit d'invasion peut être considéré comme constant ;
- Enfin, suite à l'arrêt de circulation de boue (et donc de l'érosion du mud cake), une autre phase de filtration statique a lieu jusqu'à ce que le mud cake devienne imperméable.

La première phase de filtration statique peut être considérée comme négligeable, celle-ci étant limitée à seulement quelques minutes. Les régimes de filtration les plus efficaces volumétriquement sont la filtration dynamique et la filtration statique post-circulation. L'historique de débit utilisé dans notre approche est ainsi représenté à la figure 3.1.



**Figure 3.1 Historique de débit utilisé dans notre approche**

Pour une cote donnée, la durée de circulation de boue  $T_{circ}$  est obtenue grâce à l'enregistrement de la vitesse cumulée de pénétration de l'outil de forage et la durée de circulation après le forage tandis que la durée statique  $T_{stat}$  est contrainte par la date d'acquisition des diagraphies.  $q_{circ}$  est, quant à lui, lié au volume total de filtrat ayant pénétré la formation :

$$q_{circ} = \frac{V_f}{T_{circ} + 2\sqrt{T_{circ}} \cdot (\sqrt{T_{stat}} - \sqrt{T_{circ}})} \quad (3.16)$$

Où  $V_f$  est le volume total de filtrat. Ainsi, la connaissance de  $V_f$  permettra de déterminer complètement l'historique de débit. Il faut noter que cet historique est une représentation simplifiée de la réalité. Si les hypothèses employées ne sont pas valides, cela se traduira par un biais dans le débit de filtrat  $q_{circ}$ .

Enfin, en considérant l'abord puits à l'équilibre, le gradient radial de pression d'eau est supposé complètement dissipé et impose  $P_w$  indépendant de  $r$ . Le système final se ramène ainsi à résoudre les équations suivantes :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot k \cdot k_{ro} \cdot \frac{\partial P_c}{\partial S_w} \frac{\partial S_w}{\partial r} \right) = \mu_o \phi \cdot \frac{\partial S_w}{\partial t} \quad (3.17)$$

La contrainte de bord est une condition limite de type Neumann. Elle est donnée par :

$$\lim_{r \rightarrow r_{well}^+} 2\pi \cdot r \cdot k \cdot k_{ro} \cdot \frac{\partial P_c}{\partial S_w} \cdot \frac{\partial S_w}{\partial r} = -\mu_o \cdot q_{circ} \quad (3.18)$$

Le système pour une zone à eau a pour condition initiale :

$$S_w(t = 0) = 1 \quad (3.19)$$

Il s'agit d'une équation différentielle aux dérivées partielles dont la résolution est plus rapide que celle constituée par le système d'équations (3.7) à (3.11). Cette équation est similaire à l'équation de Richards (Richards, 1931), qui est couramment utilisée dans l'étude du transport de l'eau dans les sols, pour lesquels la pression de l'air peut être considérée comme uniforme et constante. Pour notre étude, l'équivalent de cette condition correspond à l'hypothèse de pression d'eau constante.

L'équation (3.17) est une équation de diffusion non linéaire dont le coefficient de diffusion  $D$  est :

$$D = k \cdot k_{ro} \cdot \frac{\partial P_c}{\partial S_w} \quad (3.20)$$

Ce coefficient peut être explicité par le formalisme de Brook Corey :

$$D = (1 - S_w^*)^2 \left( 1 - S_w^{*\frac{2+\lambda}{\lambda}} \right) \frac{K \cdot P_d}{\lambda \cdot (1 - S_{wirr})} S_w^{*\frac{1+\lambda}{\lambda}} \quad (3.21)$$

Un exemple de ce coefficient de diffusion et de la pression capillaire correspondante est représenté figure 3.2. L'équation de diffusion sera résolue à l'aide des volumes finis suivant un schéma de discrétisation implicite.

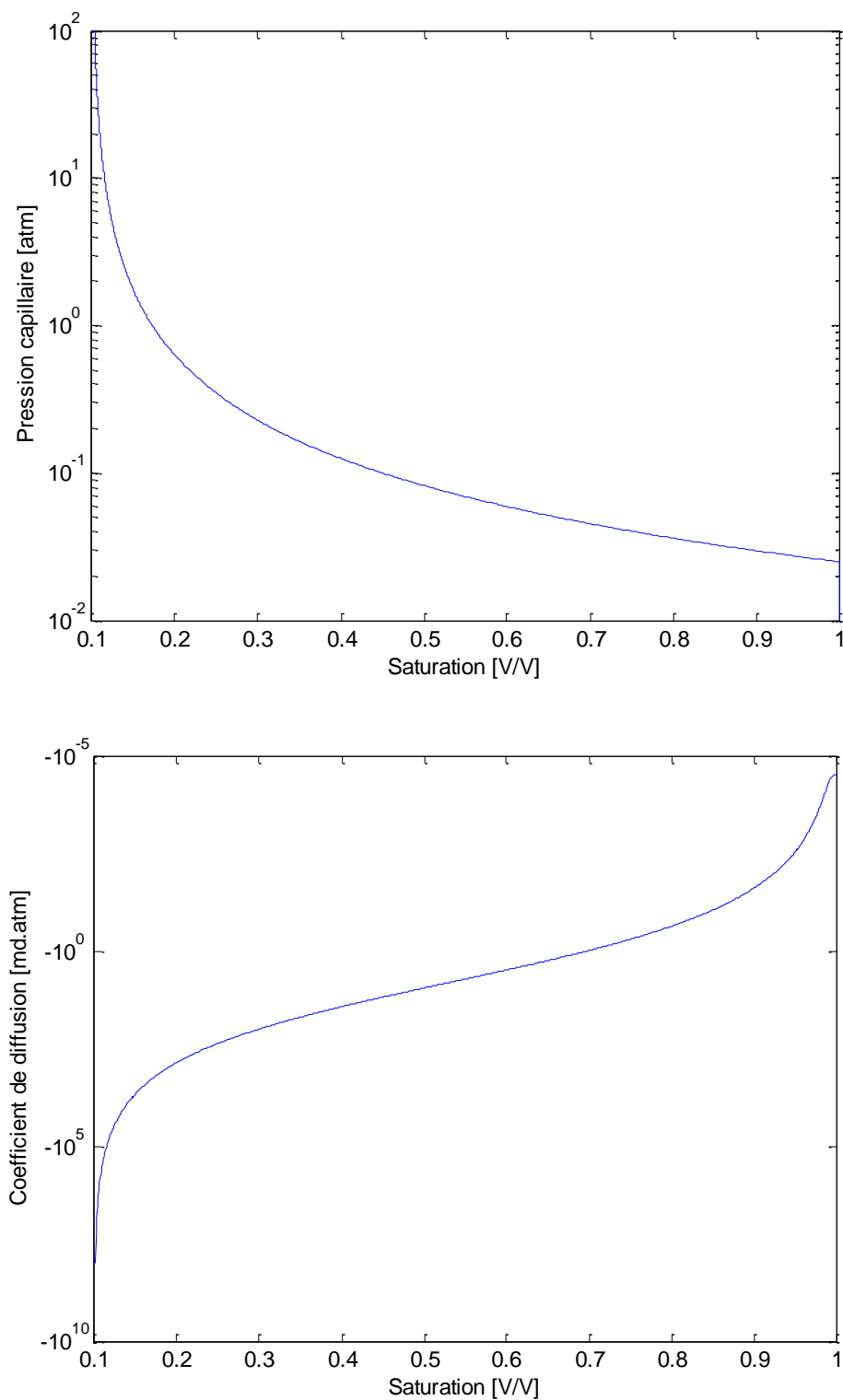
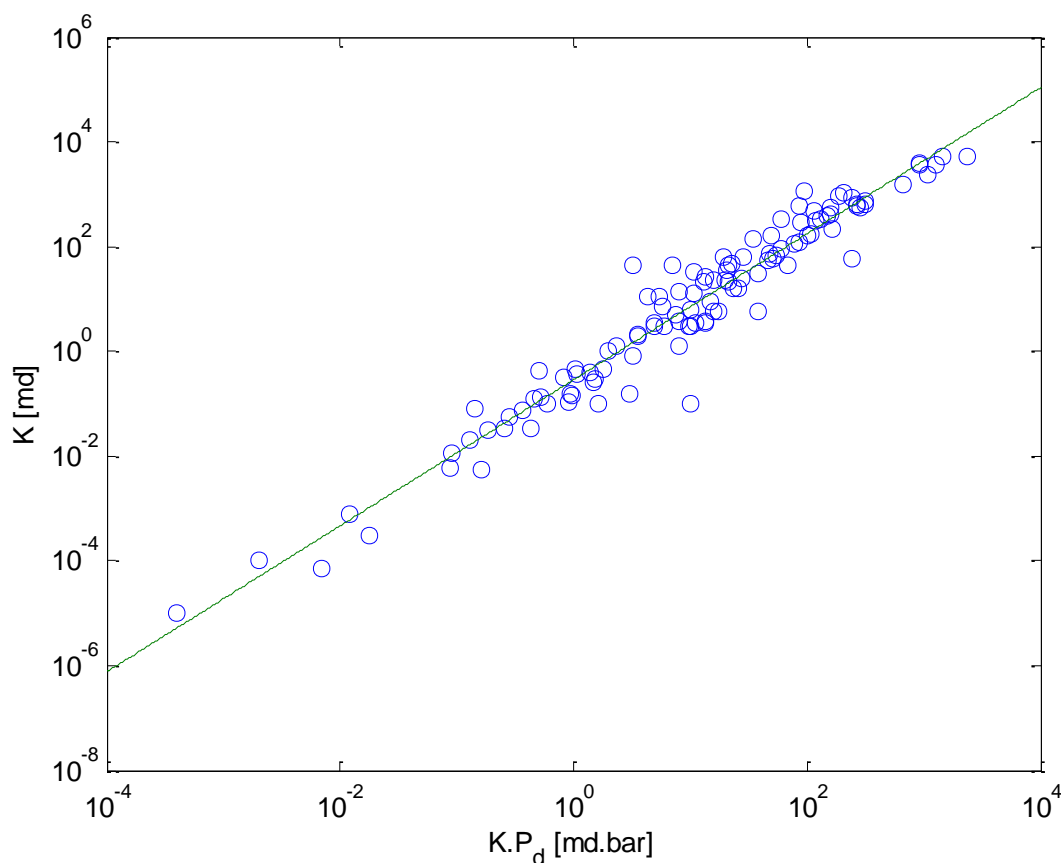


Figure 3.2 Courbe de pression capillaire (en haut) et coefficient de diffusion associé (en bas)

On constate également que les variables  $K$  et  $P_d$  jouent le même rôle dans l'expression du coefficient de diffusion. Il ne sera ainsi pas possible d'estimer ces deux paramètres en même temps lors de l'inversion de la zone à eau envahie par une boue à huile. Le paramètre qui sera inversé est alors le produit  $K \cdot P_d$  où  $K$  et  $P_d$  devront ensuite être évalués séparément grâce à une contrainte externe de la forme :

$$\log(K) = a_1 + a_2 \cdot \log(K \cdot P_d) \quad (3.22)$$

$a_1$  et  $a_2$  ont été obtenus suite à une synthèse sur 114 mesures laboratoire internes à TOTAL couvrant une large gamme de roches de différentes natures (grès, calcaires, dolomies). Une bonne corrélation peut être observée entre  $K \cdot P_d$  et  $K$ . Le coefficient de corrélation est  $R^2=0.95$  et les coefficients  $a_1 = -0.545$  et  $a_2 = 1.39$ . Ces coefficients ont été obtenus pour des conditions laboratoire avec une tension inter-faciale de 480 dyne/cm. Lorsque cette relation est utilisée, il faudra la normaliser avec les tensions inter-faciales propres au réservoir.



**Figure 3.3** Corrélation entre  $K$  et  $K \cdot P_d$  pour 114 mesures laboratoire internes à TOTAL obtenus sur des roches clastiques et carbonatées

D'autres corrélations entre  $K$  et les paramètres de pressions capillaires existent par ailleurs dans la littérature et ont été exposées au premier chapitre.



## 1.2 Simulation du profil de résistivité

Le modèle décrit dans le paragraphe précédent permet de résoudre des profils de saturation radiaux, correspondant à la répartition du filtrat de boue dans la formation suivant une hypothèse d'équilibre capillaire. Ces profils sont ensuite transformés en profils radiaux de résistivités, auxquels sont directement sensibles les diagraphies. Les équations traditionnelles décrites dans le chapitre 1 peuvent être utilisées à cette fin. Nous avons choisi d'utiliser l'équation de Waxman-Smiths Juhasz, applicable à une grande variété de cas. Le profil radial de résistivité  $R(r)$  est ainsi donné par :

$$\left\{ \begin{array}{l} S_t(r) = \frac{S_w(r) \cdot \phi + V_{cl} \cdot \phi_{cl}}{\phi_t} \\ QVN = V_{cl} \cdot \frac{\phi_{cl}}{\phi_t} \\ m^* = m + k_1 \cdot QVN + k_3 \cdot QVN^2 + k_4 \cdot QVN^3 \\ F^* = \frac{a}{\phi_t^{m^*}} \\ R(r) = \left[ \frac{S_t^n(r)}{F^*} \cdot \left( \frac{1}{R_w} + \frac{BQV_{cl} \cdot QVN}{S_t(r)} \right) \right]^{-1} \end{array} \right. \quad (3.23)$$

Les paramètres constants intervenant dans cette équation sont décrits dans le chapitre 1. Nous avons représenté figure 3.4 un exemple de profil de saturation obtenu grâce aux équations du paragraphe précédent et le profil de résistivité correspondant.

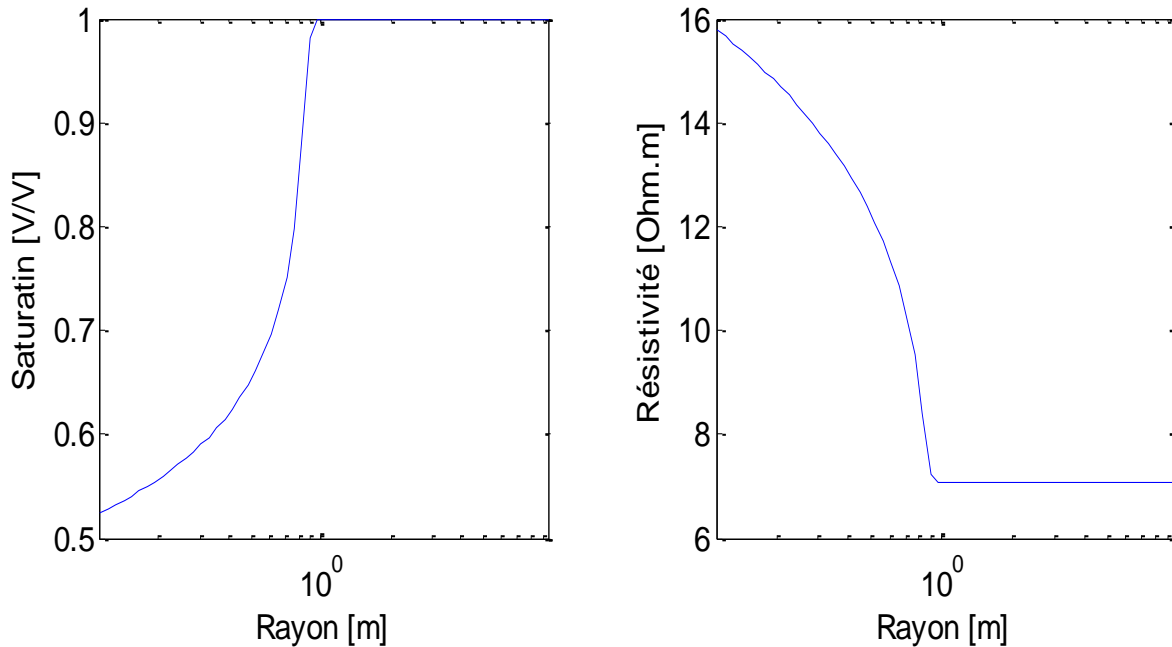
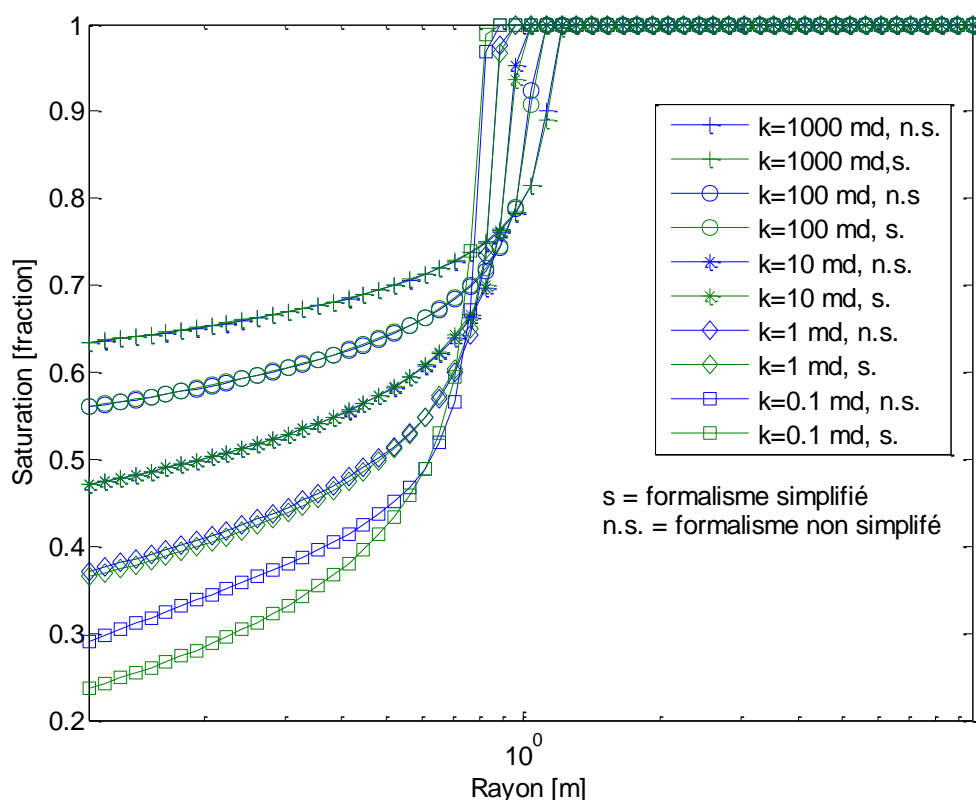


Figure 3.4 Exemple de profil de saturation et profil de résistivité correspondant

### 1.3 Analyse de sensibilité

L'hypothèse d'une pression d'eau constante dans la formation au moment où sont acquises les diagraphies est raisonnable pour des réservoirs de bonne qualité pétrophysique. La figure 3.5 montre différents profils de saturation obtenus pour une porosité de 0.2 V/V après 100h de filtration pour différentes perméabilités. Ces profils ont été obtenus avec les équations (3.7) à (3.11) d'une part (en bleu) et (3.17) à (3.19) d'autre part (vert). La différence entre les deux modèles ne peut être observée que pour des perméabilités inférieures à 1 mD correspondant à des réservoirs de mauvaise qualité et donc peu sujets à invasion. Ces réservoirs présentant peu d'intérêt pétrolier seront notamment écartés du processus d'inversion. Cependant, pour toutes les formations perméables ( $\geq 1$  mD), les deux formalismes sont équivalents, le formalisme simplifié étant plus rapide à résoudre numériquement. Pour ces simulations, nous avons supposé un filtrat de boue d'une viscosité égale à 1 cP, un temps d'invasion de 50h et un débit de  $0.02 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ .



**Figure 3.5 Comparaison entre le formalisme non simplifié (eq 3.7 à 3.11, en bleu) et formalisme simplifié (eq. 3.17 à 3.19, en vert) en termes de profils radiaux de saturation**

Un analyse de sensibilité a également été réalisée afin d'évaluer l'impact sur le profil de saturation de plusieurs paramètres :  $\lambda$ ,  $K.P_d$ ,  $S_{wirr}$ ,  $\phi$ ,  $q_{circ}$  et  $T_{circ}$ . Les paramètres de référence sont reportés en annexe 1. Cette analyse confirme le caractère réaliste du modèle développé. En particulier, on observera bien la conservation du volume de filtrat de boue ayant pénétré la formation lorsqu'on fait varier les paramètres pétrophysiques (celui-ci ne dépend donc que de  $T_{circ}$  et de  $q$ ) et le fort impact du paramètre de cimentation  $m$  sur les fronts radiaux de résistivité, relativement au facteur de saturation  $n$ .

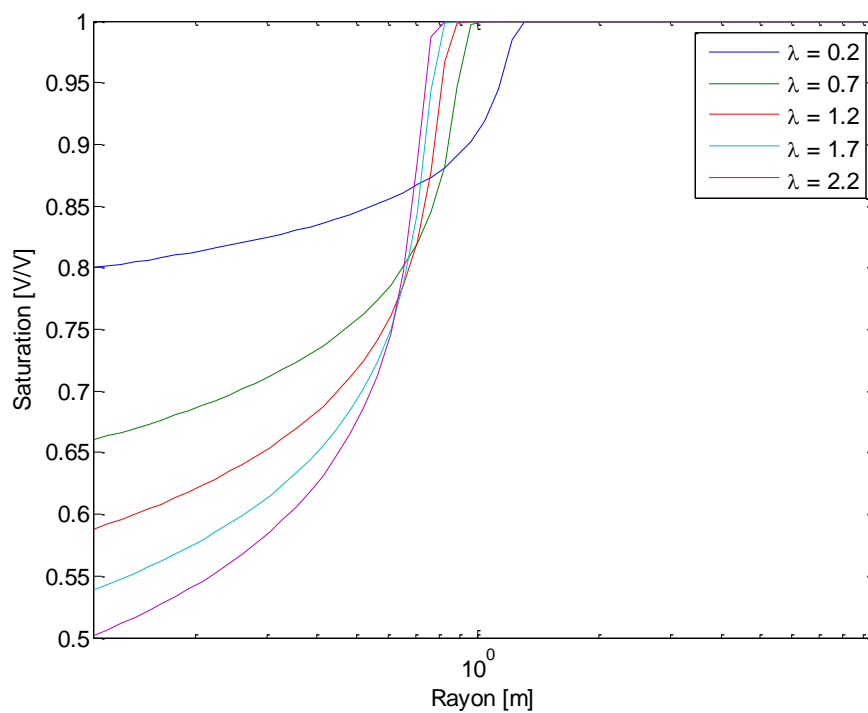


Figure 3.6 Profils de saturations obtenus pour différents  $\lambda$

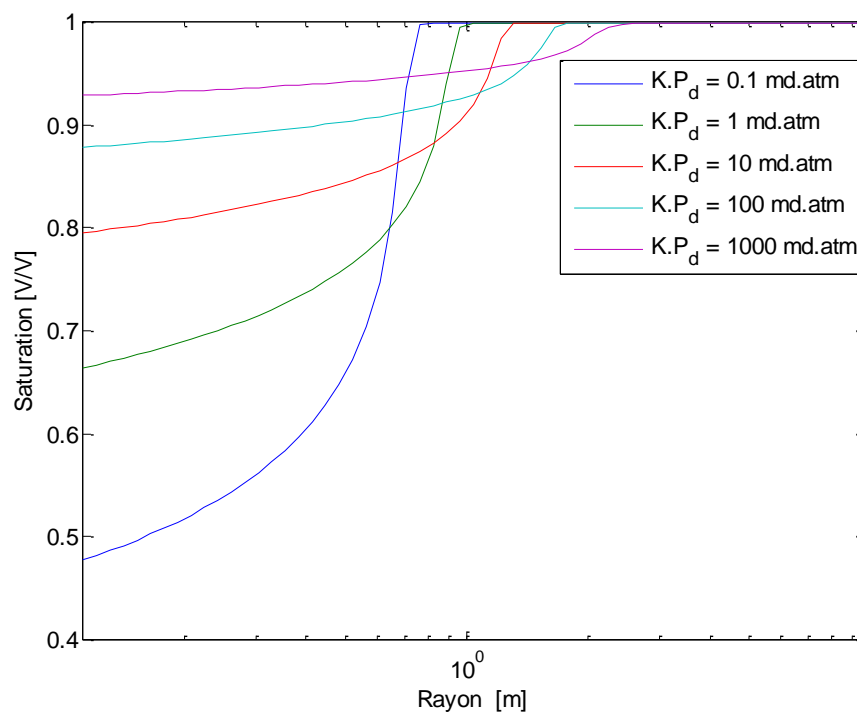
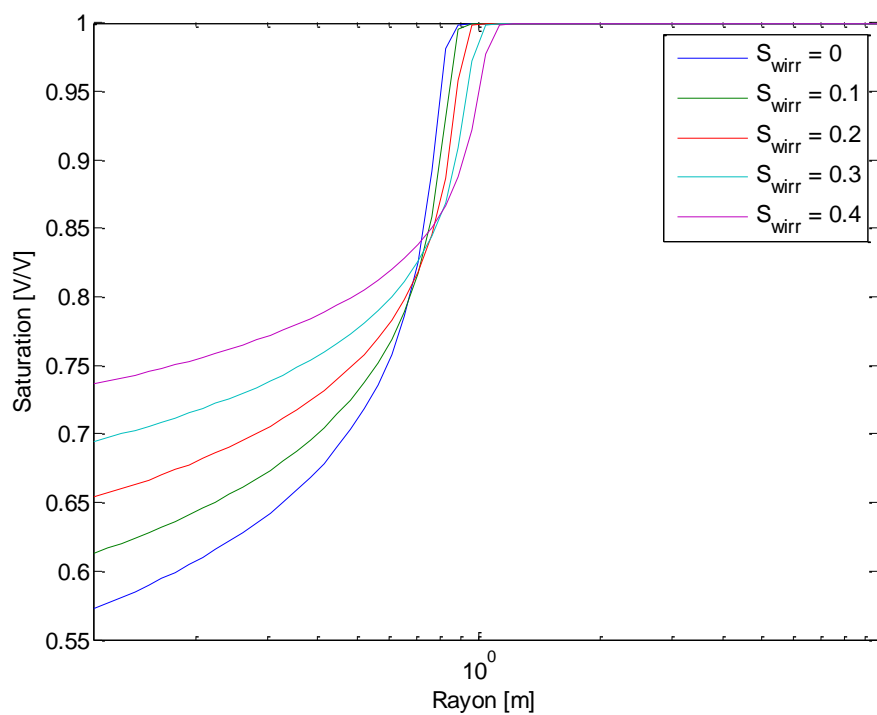
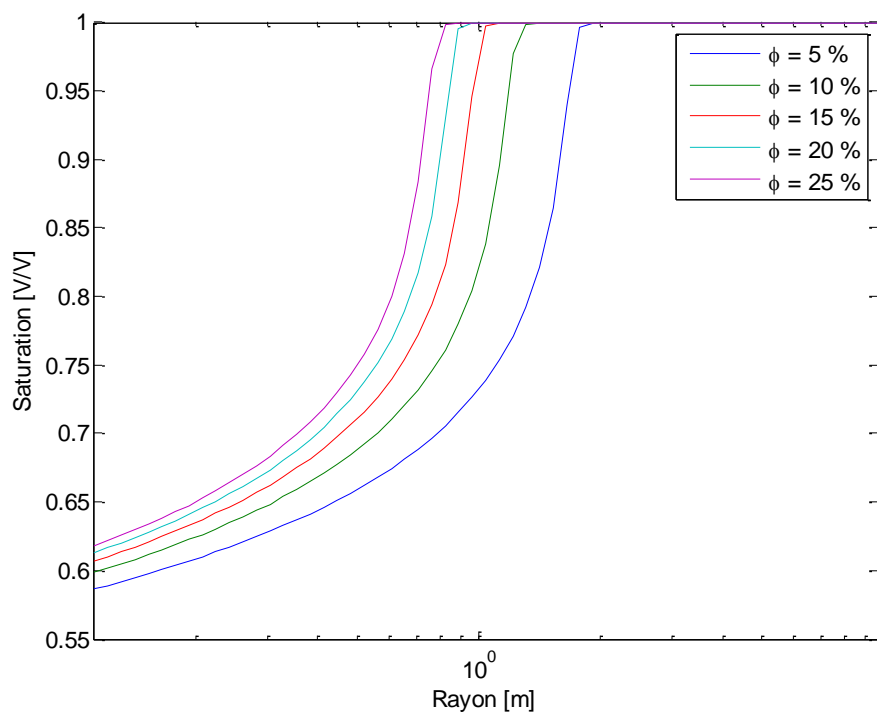


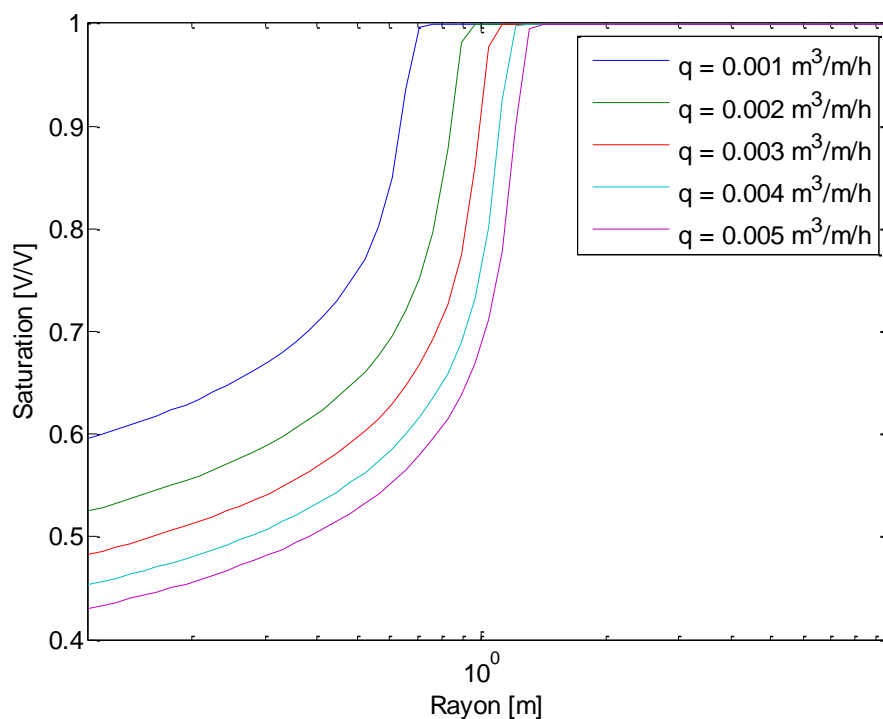
Figure 3.7 Profils de saturations obtenus pour différents  $K.P_d$



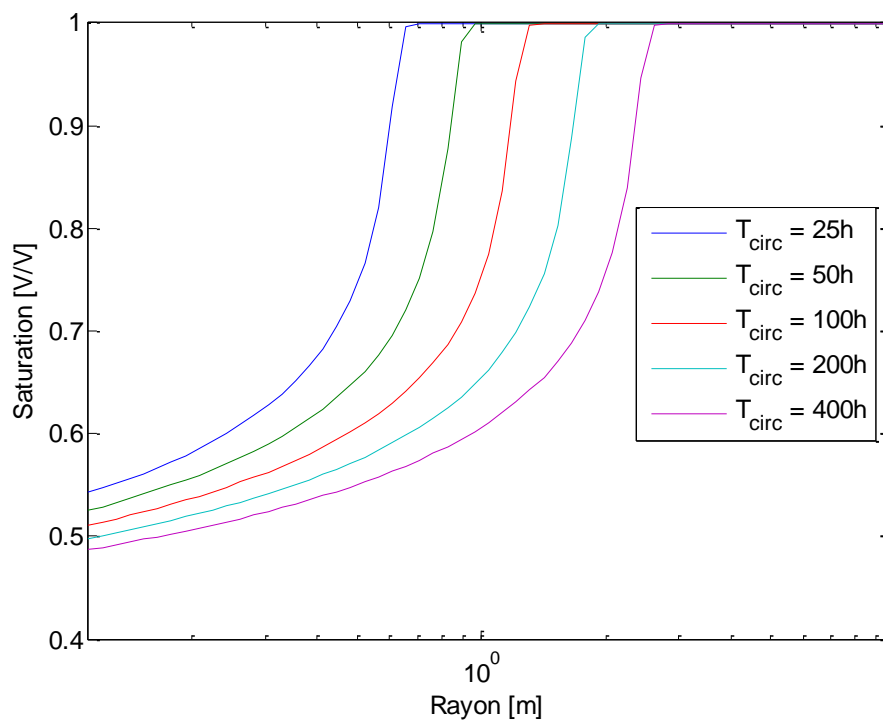
**Figure 3.8** Profils de saturations obtenus pour différents  $S_{wirr}$



**Figure 3.9** Profils de saturations obtenus pour différents  $\phi$



**Figure 3.10** Profils de saturations obtenus pour différents  $q$



**Figure 3.11** Profils de saturations obtenus pour différents  $T_{\text{circ}}$

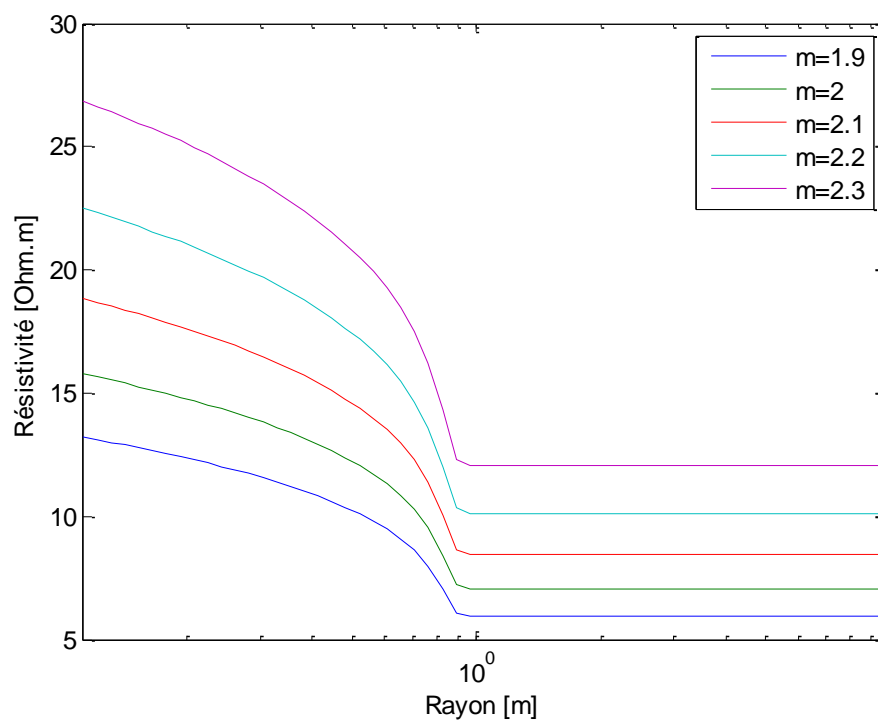


Figure 3.12 Profils de résistivités obtenus pour différents  $m$

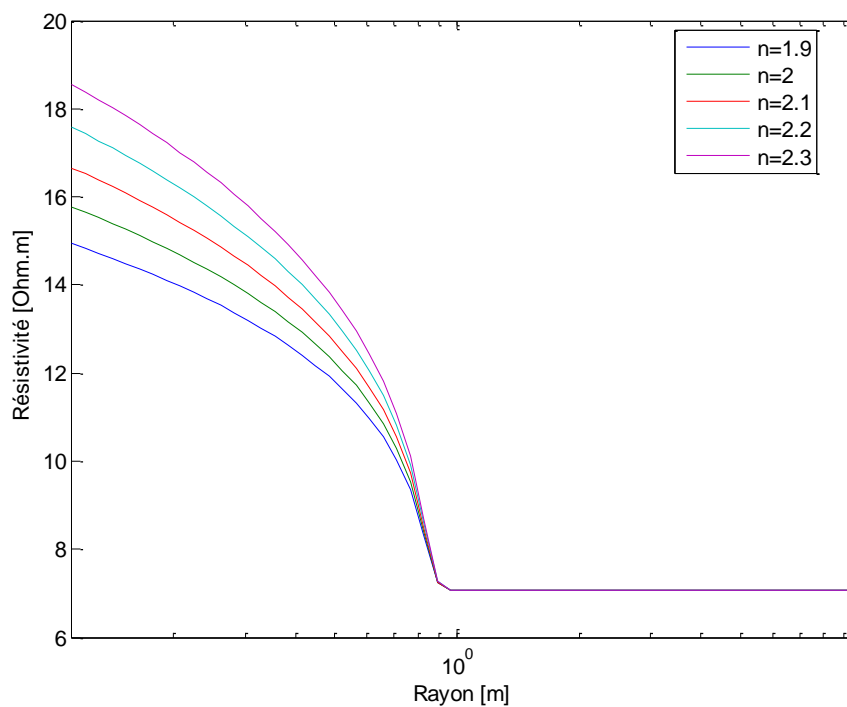


Figure 3.13 Profils de résistivité obtenus pour différents  $n$

## 2. Simulation des diagraphies de résistivité

Le profil de saturation  $R(r)$  ainsi obtenu est utilisé pour simuler les diagraphies de résistivités. L'approche employée dans le cadre de notre travail consiste à factoriser le comportement des outils de résistivités dans des fonctions de sensibilités, indiquant la sensibilité de chaque outil aux propriétés physiques de la formation en fonction de leur distance au puits. Pour simplifier le problème dans un premier temps, nous avons considéré que les fonctions de sensibilité n'avaient qu'une dépendance radiale avec une résolution verticale parfaite. La réponse cumulée des outils est supposée avoir la forme suivante :

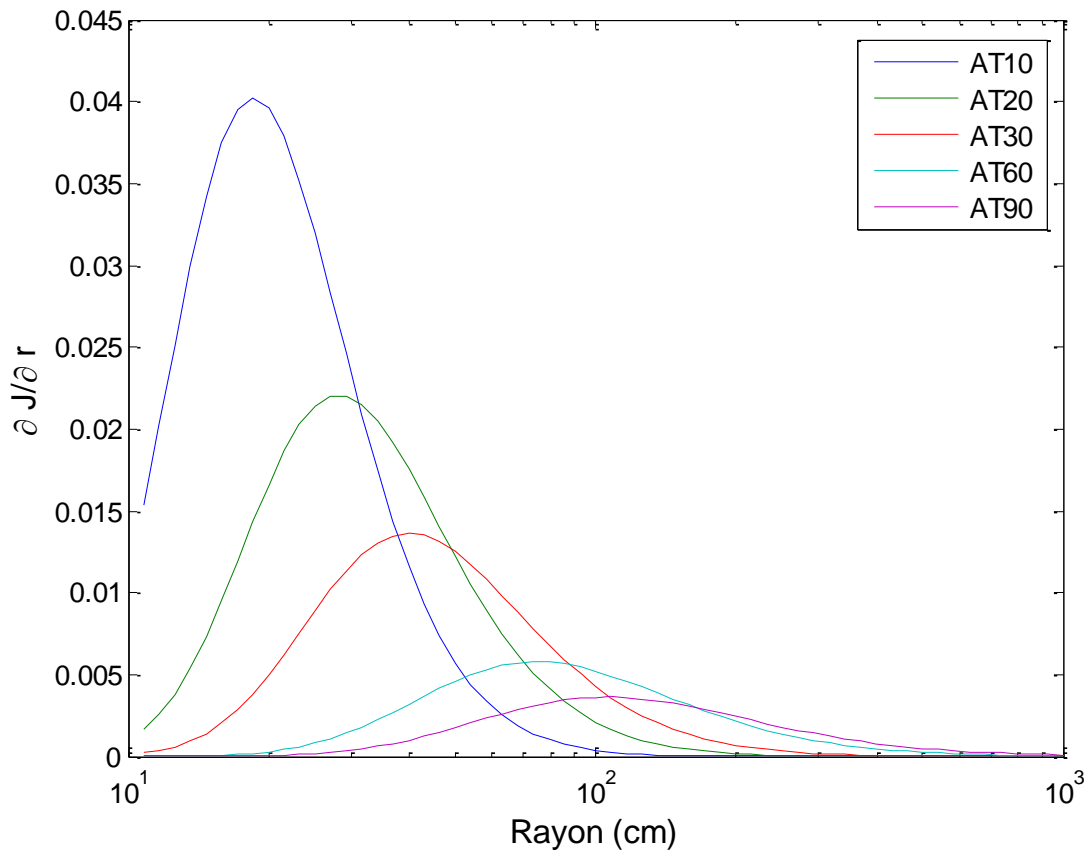
$$J_i(r) = a_i \cdot \tanh(b_i \cdot r)^{c_i} \quad (3.24)$$

Les paramètres  $a_i$ ,  $b_i$  et  $c_i$  sont obtenus grâce à des simulations basées sur les équations de Maxwell, réalisées à l'aide du logiciel UTAPWeLS de l'université d'Austin. Un puits "test" est simulé traversant un champ uniforme de résistivité ayant une valeur proche du cas d'étude (1  $\Omega \cdot m$  dans notre cas). On introduit ensuite une perturbation de 10  $\Omega \cdot m$  dans ce champ uniforme à un certain rayon  $r$  et on répète l'opération en faisant varier la position radiale de la perturbation. On peut ainsi caractériser la manière dont réagit l'outil de résistivité en fonction des perturbations introduites à différents  $r$ . En interpolant les points signal relatif vs. distance radiale obtenus à l'aide de l'expression (3.24), il est possible de déterminer les constantes  $a_i$ ,  $b_i$  et  $c_i$  pour chaque outil. Le résultat obtenu conduit aux dérivées des fonctions de sensibilité qui sont représentées figure 3.14 pour un outil d'induction. Les fonctions ainsi obtenues peuvent caractériser le comportement de l'outil lorsque le champ de résistivité dans la formation est compris entre 1 et 10  $\Omega \cdot m$ , ce qui correspond à la majorité des cas de boue à huile envahissant une zone à eau de notre cas d'étude. Tout autre cas devra être traité de la même façon en construisant une bibliothèque de réponses d'outils.

Les diagraphies de résistivités sont ensuite obtenues grâce au produit de convolution:

$$R_i = \int_{r_{well}}^{+\infty} \frac{\partial J}{\partial r}(r) \cdot R(r) dr \quad (3.25)$$

$R_i$  est la résistivité simulée,  $i=1..5$  représentant respectivement les AT10, AT20, AT30, AT60 et AT90. Cette approche permet de simuler tout type de diagraphie, dont les diagraphies nucléaires. Cependant, l'intérêt de ces dernières est très limité pour notre inversion car elles ne sont que très peu sensibles à la saturation (le contraste de densité ou d'indice hydrogène étant réduit pour le couple eau – filtrat de boue à huile).



**Figure 3.14 Fonctions de sensibilité des outils d'induction focalisée**

Une autre approche envisagée est la simulation directe des courbes de résistivités par la résolution des équations de Maxwell appliquées à l'outil diagraphique. Cette méthode a l'avantage de rester au plus près du fonctionnement de l'outil et peut s'appliquer à des formations ayant des gradients de résistivités très différents. Plus lourde en temps de calcul, elle ne présente pas d'intérêt pour le cas d'étude que nous avons pris puisque les résistivités restent pour l'essentiel dans la gamme choisie pour simuler les fonctions de sensibilité.

### 3. Inversion de la zone à eau envahie par une boue à huile

Les deux premières parties de ce chapitre ont décrit la modélisation du phénomène d'invasion d'une zone à eau par une boue à huile lorsque l'équilibre est établi entre le filtrat de boue et les fluides natifs de la formation, ainsi que la réponse correspondante des diagraphies. Ce modèle repose sur tout un ensemble de paramètres pétrophysiques qu'on cherche à estimer : la perméabilité  $K$  et les paramètres de pressions capillaires ( $P_d$ ,  $S_{wirr}$  et  $\lambda$  avec le formalisme de Brook Corey). L'interprétation traditionnelle des diagraphies permet d'initialiser les valeurs de nombreux paramètres du modèle : la porosité, le volume d'argile, la résistivité de l'eau... Ces paramètres n'étant pas déterminés au premier ordre par les résistivités (le couple Neutron/Densité permettant d'obtenir les porosités par exemple) ne seront pas remis en question dans notre approche. Nous décrirons dans cette partie la construction du problème d'optimisation à résoudre lorsqu'on considère une boue à huile envahissant une zone à eau, des cas



synthétiques permettant de mettre à l'épreuve la robustesse de l'algorithme de résolution et enfin l'application à un cas réel. Dans tout ce paragraphe, la méthode décrite s'applique pour **une seule cote** de la zone à eau.

### 3.1 Construction du vecteur des inconnues

L'analyse de sensibilité effectuée à la fin du premier paragraphe de ce chapitre peut être résumée de la façon suivante :

- Les paramètres pétrophysiques influent sur la forme du profil de saturation (étalement, valeur de saturation à  $r_{well}$  ...),
- Les paramètres relatifs au volume (débit ou temps de filtration) influent sur la quantité de matière qui sera répartie dans la formation,
- Les paramètres des équations de résistivités influent sur la forme du profil de résistivité.

L'analyse de sensibilité met en évidence trois degrés de liberté permettant de reconstituer des profils de résistivité. Le tableau 3.1 indique la correspondance entre les paramètres du modèle et les degrés de liberté identifiés.

Pétrophysique	Volume	Résistivité
$K$	$q_{circ}$	$m$
$P_d$	$T_{circ}$	$n$
$\lambda$	$T_{stat}$	$R_w$
$S_{wirr}$		

**Tableau 3.1 Paramètres correspondant aux trois degrés de liberté**

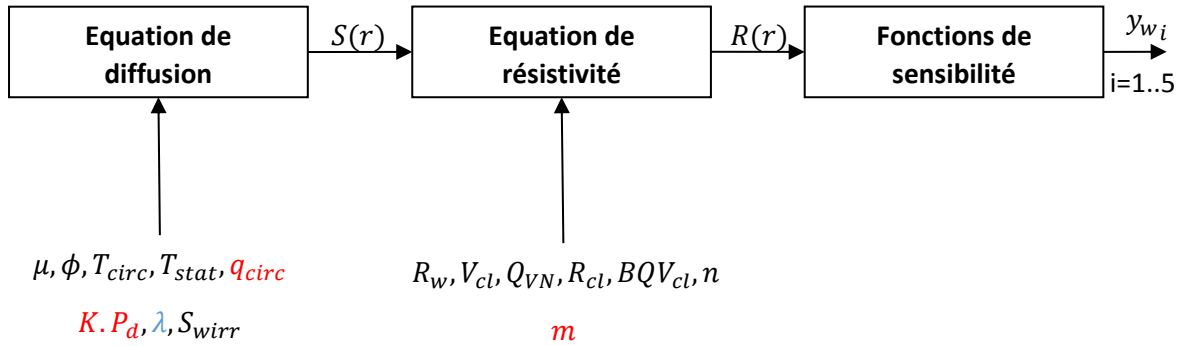
Certains de ces paramètres peuvent être déjà obtenus grâce à des considérations extérieures. Ainsi, les paramètres de résistivités sont estimés en laboratoire sur une gamme de roches représentatives de la formation.  $T_{circ}$  peut être obtenu grâce aux informations disponibles sur les conditions et le temps de forage (ROP).  $S_{wirr}$  peut être estimé grâce à des diagraphies complémentaires, comme la résonance magnétique nucléaire.  $K$  et  $P_d$  jouent le même rôle dans le modèle, dans lequel seul leur produit  $K.P_d$  entre en jeu.  $R_w$  est caractéristique de l'eau de formation présente dans la roche et peut être calé assez précisément par des techniques diagraphiques et/ou des analyses laboratoire. Enfin,  $T_{stat}$ , représentant la date pour laquelle le mud cake devient imperméable, peut être considérée comme unique pour toutes les cotes et ne peut dépasser la durée comprise entre la fin de la circulation et la date d'acquisition des diagraphies.

Seul un paramètre pour chaque degré de liberté peut être inversé. Pour le degré de liberté afférent aux paramètres pétrophysiques,  $\lambda$  est peu susceptible de varier à l'intérieur d'un faciès alors que  $K.P_d$  peut s'étendre sur plusieurs décades.  $\lambda$  sera donc fixé à une valeur arbitraire et  $K.P_d$  inversé cote à cote. Il faut noter que cette inversion n'est pour l'instant qu'une étape transitoire et  $\lambda$  pourra être estimé plus tard lorsque la zone à hydrocarbure sera prise en compte. Concernant le degré de liberté lié aux paramètres de volume,  $T_{circ}$  peut être très bien connu grâce au cumulé des ROP et  $T_{stat}$  peut être fixé à une date arbitraire commune à toutes les cotes.  $q_{circ}$  est donc le paramètre que l'on va chercher à estimer. Pour

des raisons pratiques, nous inverserons le volume de filtrat de boue  $V_f$  présent dans la formation cote à cote que nous transformerons en  $q_{circ}$  grâce à l'équation (3.16). Enfin, nous avons choisi de ré-estimer le facteur de cimentation  $m$  cote à cote et de garder le facteur de saturation  $n$  constant, donné par l'analyse laboratoire. Ce choix peut être justifié grâce à l'analyse de sensibilité représenté figures 3.12 et 3.13, où nous pouvons voir que le profil de résistivité est plus sensible à  $m$  qu'à  $n$  et la résistivité profonde ne pouvant être ajustée en faisant varier  $n$ .

### 3.2 Le problème d'optimisation

Soient  $h_w$  le modèle direct,  $x$  le vecteur des paramètres à estimer et  $y_w$  les diagraphies de résistivité.  $h_w$  est composé des équations (3.17) à (3.19) pour la description des profils de saturation, de l'équation (3.23) pour les profils de résistivités et des équations (3.24) à (3.25) pour la simulation des diagraphies par l'approche des fonctions de sensibilités. La figure 3.15 résume les différents blocs constitutifs du modèle.



**Figure 3.15 Blocs constitutifs du modèle d'invasion de la zone à eau par une boue à huile. En noir les paramètres constants, en rouges les paramètres inconnus à inverser, en bleu le paramètre inconnu fixé à une valeur arbitraire**

Les mesures de résistivités sont connues à un bruit gaussien près. Pour  $i=1..5$  (correspondant à chacune des cinq diagraphies), on a donc :

$$y_{wi} = h_{wi}(x) + \epsilon_i \quad (3.26)$$

Avec :

$$\epsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_i) \quad (3.27)$$

$\mathcal{N}(0, \sigma_i)$  est la loi normale de moyenne nulle et de variance  $\sigma_i$ . L'incertitude est due aux effets diélectriques du milieu (atténuation et différence de phase). Elle sera modélisée sous la forme d'une

matrice de covariance diagonale  $\mathbf{R}_w$  de coefficients  $\sigma_i$ . Sous ces hypothèses, l'estimateur de maximum de vraisemblance s'obtient en résolvant le problème suivant :

$$\min_{LB < x < UB} ||\mathbf{h}_w(x) - \mathbf{y}_w||_{\mathbf{R}_w}^2 \quad (3.28)$$

$LB$  et  $UB$  sont respectivement les bornes inférieures et supérieures,  $\mathbf{R}_w$  la matrice contenant les incertitudes sur les mesures et  $\mathbf{y}_w$  le vecteur contenant les diagraphies.  $x$  est le vecteur des paramètres que l'on cherche à estimer. D'après les développements du paragraphe précédent, ces paramètres sont le produit  $K.P_d$ , le volume de filtrat  $V_f$  et le facteur de cimentation  $m$ .  $K.P_d$  pouvant s'étendre sur plusieurs décades, nous avons choisi d'inverser  $\log(K.P_d)$  au lieu de  $K.P_d$ . On a donc  $x = (\log(K.P_d), V_f, m)$ .

### 3.3 Etude du problème d'optimisation

#### 3.3.1 Construction du point de départ et des contraintes de bord

Le problème (3.28) est un problème de minimisation non linéaire soumis à des contraintes de bord. L'algorithme utilisé pour sa résolution est l'algorithme « sequential quadratic programming ». Il consiste à minimiser à chaque étape un sous problème quadratique approchant le modèle afin de déterminer l'itéré suivant. Une description détaillée est donnée dans (Nocedal & Wright, 2006). Il s'agit d'un algorithme d'optimisation local qui peut ne pas garantir l'obtention du minimum global. Nous en donnerons une rapide présentation au cours du chapitre 4. Le gradient est approché à l'aide de différences finies. Ce choix est justifié par le fait que cette méthode est plus souple d'utilisation. Plusieurs modèles ayant été testés au cours de la thèse, il importait d'avoir une méthode d'optimisation générique pouvant s'adapter rapidement à différentes modélisations. Le défaut de cette approche est qu'elle peut conduire à des problèmes numériques lorsque le gradient subit de fortes variations, mais cela n'a pas été limitant pour notre étude. Une étude de la stabilité du problème d'optimisation sera présentée chapitre 4.

Le point de départ de l'optimisation est construit à l'aide des informations *a priori* que l'on détient sur la solution. En particulier, la valeur du facteur de cimentation  $m$  qui peut être initialisée avec celle obtenue par analyse des données carotte ou par analogie. Le volume de filtrat de boue peut être estimé à l'aide d'une géométrie piston dans lequel la formation est divisée en deux zones uniformes : une zone envahie ayant une saturation moyenne  $S_{xo}$  jusqu'à un rayon  $r_i$  et une zone vierge ayant une saturation égale à 1 (pour une zone à eau). Le volume de filtrat de boue ayant pénétré la formation peut alors être exprimé de la façon suivante :

$$V_{f_{piston}} = \pi \cdot \phi \cdot (1 - S_{xo}) \cdot (r_i^2 - r_{well}^2) \quad (3.29)$$

Ce volume est normalisé et s'exprime en  $m^3/m$ . Enfin, aucune information n'est en général disponible *a priori* concernant le paramètre  $K.P_d$ , celui-ci devra donc être initialisé de façon empirique.

Les contraintes sont présentes afin de garantir un sens pétrophysique à la solution. Elles permettent notamment de garantir la positivité des 2 premiers paramètres et d'éviter d'obtenir des valeurs aberrantes au cours de l'optimisation. Elles peuvent également restreindre la zone de recherche et

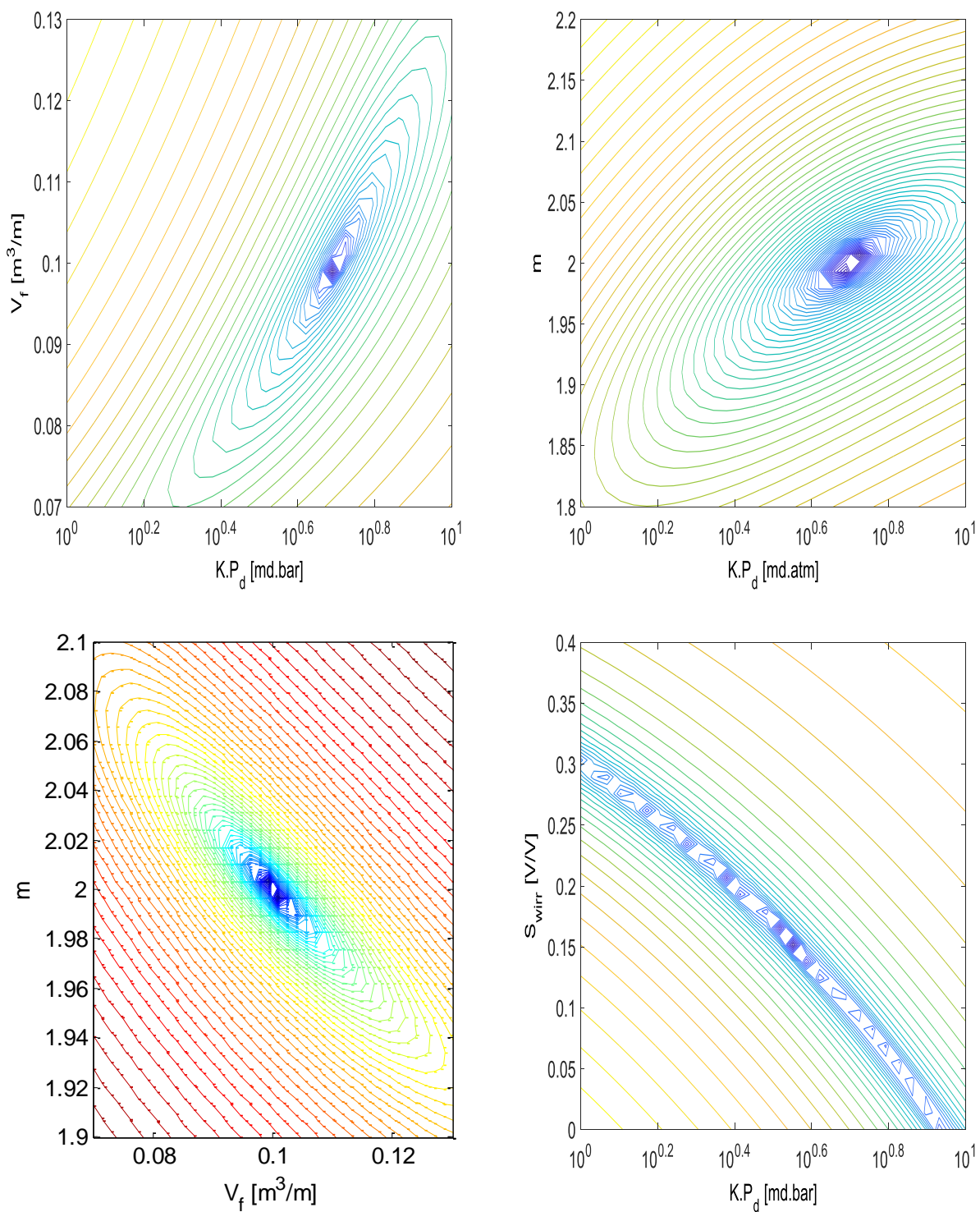
permettre une meilleure performance de l'algorithme d'optimisation. L'intervalle de recherche concernant le facteur de cimentation peut être restreint à l'intervalle [1.7; 2.7]. Le volume de filtrat peut être contraint en utilisant un modèle piston pour lequel la saturation moyenne de la zone envahie  $S_{xo}$  serait égale à la saturation irréductible  $S_{wirr}$ . On aurait alors :

$$V_{f_{max}} = \pi \cdot \phi \cdot (1 - S_{wirr}) \cdot (r_i^2 - r_{well}^2) \quad (3.30)$$

Le volume de filtrat serait alors à chercher dans l'intervalle  $[0, V_{f_{max}}]$ . Enfin, la gamme de recherche du paramètre  $K.P_d$  pour lequel aucune information *a priori* n'est en général disponible devra être estimée de manière empirique.

### 3.3.2 Lignes de niveaux de la fonction coût

Nous avons représenté sur la figure 3.16 les lignes de niveaux de la fonction coût évaluée à un point de référence pour différents paramètres afin de représenter le comportement de l'algorithme lors de l'optimisation et de justifier les choix faits quant aux inconnues à optimiser. Concernant les paramètres à optimiser ( $\log(K.P_d)$ ,  $V_f$  et  $m$ ), les lignes de niveaux autour du point de référence semblent indiquer que la fonction coût est unimodale. En revanche, lorsqu'on ajoute un paramètre pétrophysique, en l'occurrence la saturation  $S_{wirr}$ , et qu'on trace les lignes de niveaux pour le paramètre associé à  $\log(K.P_d)$ , on observe une multi-modalité très marquée et la présence de nombreux minima locaux sur une même direction. Ce comportement corrobore le choix effectué pour les inconnus et montre bien la redondance d'information portée par ces deux paramètres pétrophysiques qui ne peuvent être inversés conjointement.



**Figure 3.16** Lignes de niveaux de la fonction coût autour d'un point de référence. Les deux graphes du haut et celui en bas à gauche représentent les lignes de niveaux pour les paramètres à optimiser :  $\log(K.P_d)$ ,  $V_f$ ,  $m$ . Celui en bas à droite représente les lignes de niveaux lorsque  $S_{wirr}$  est pris en inconnue.

### 3.4 Inversion de la zone à eau d'un cas d'étude

Nous étudierons ici les résultats obtenus sur les différentes cotes d'un intervalle complet d'un puits réel. Après avoir présenté les principales caractéristiques de ce puits, nous présenterons les résultats d'inversion de la zone à eau correspondant à l'intervalle d'intérêt. Nous référencerons ce puits comme étant le puits 1 et l'intervalle d'intérêt 1.A.

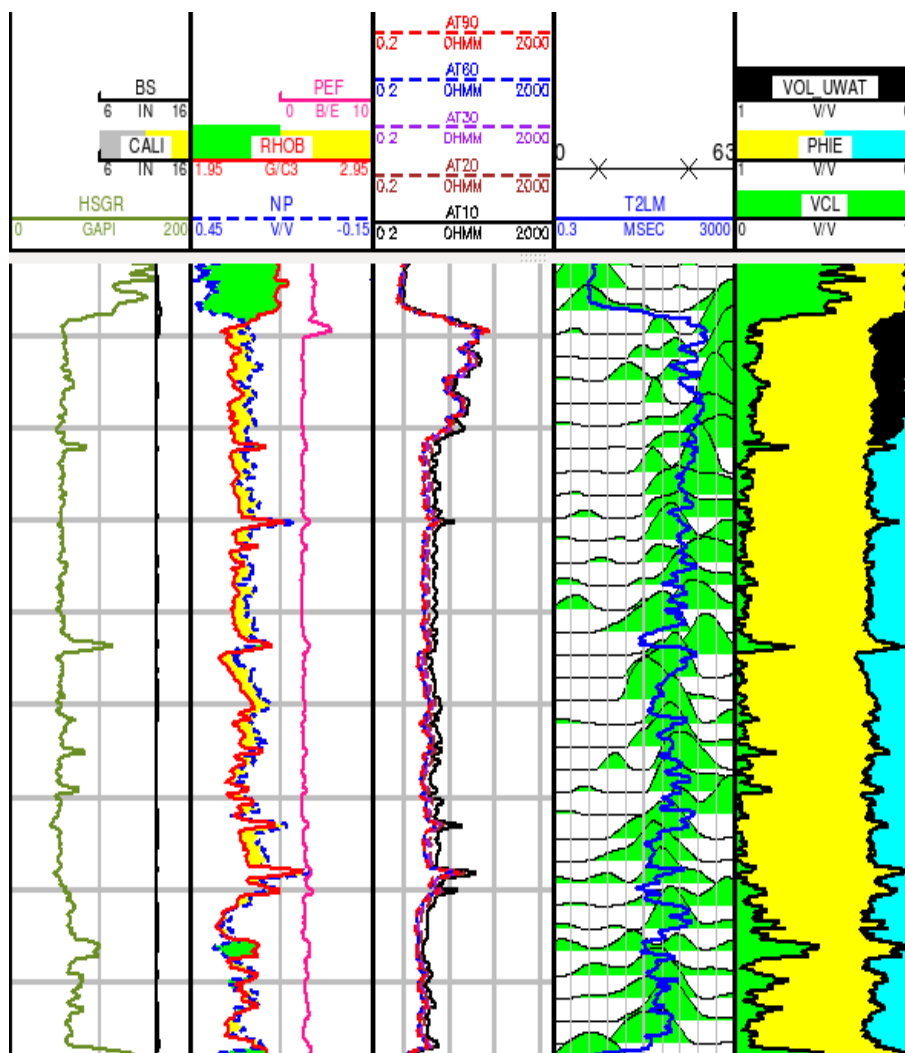


Figure 3.17 Diagrammes et interprétation du cas d'étude 1.A.

#### 3.4.1 Présentation du cas d'étude 1.A

Le puits 1 a été foré à l'aide d'une boue à huile. Il a traversé de multiples séquences clastiques composées de sables massifs de chenaux turbiditiques et de levées avec, très localement, quelques debris flows. Le système est compartimenté par d'épais niveaux d'hémipélagites. Lorsque traversant un axe de chenal, le net peut atteindre quasiment 100% avec une porosité effective autour de 22-25 pu et une légère teneur en argile n'excédant jamais 5%. Des niveaux cimentés par de la calcite peuvent localement s'être développés – la porosité y est réduite à presque 0 sur quelques mètres. Les faciès de levée sont au contraire composés de bancs sableux très fins (de 5 m à quelques décimètres d'épaisseur), légèrement

plus argileux (jusqu'à 15%) et moins poreux (18-20 pu de porosité effective). De tels faciès sont pétrophysiquement équivalents aux sables de chenaux mais simplement plus dégradés par la présence d'argile (même fabrique). De multiples accumulations d'hydrocarbures ont pu être prouvées : l'huile est légère (0,6 – 0,7 g/cc, 1000 – 2200 Scf/Bbl, 30-40°API). L'eau possède une salinité comprise entre 10 et 12 g/L sur tout l'intervalle d'étude. Tous les faciès ont été reconnus soit à huile soit à eau sur la section forée.

Une acquisition diagraphique conventionnelle a été réalisée en LWD et *WireLine* ; le LWD n'a pas montré d'invasion marquée alors que les résistivités *WireLine*, acquises quelques jours après la fin du forage, ont nettement mis en évidence un profil d'invasion. Des diagraphies complémentaires ont également été acquises telles que la résonance magnétique nucléaire (NMR) ainsi que des points de pression et tests dynamiques (dual packer). Finalement, il est à noter que tout le matériel rocheux prélevé l'a été par carottes latérales de paroi, localisées en profondeur à l'aide d'une imagerie électrique.

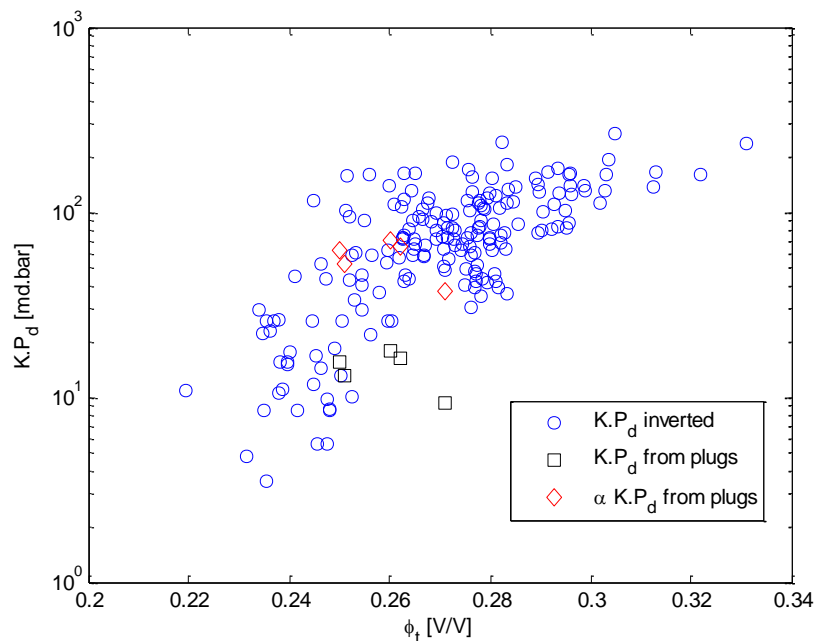
L'intérêt de ce cas d'étude provient notamment du fait qu'il comporte un intervalle épais homogène traversant à la fois une zone à hydrocarbure et une zone à eau. L'inversion de la zone à eau pourra ainsi directement être utilisée pour calibrer l'inversion de la zone à hydrocarbure. De plus, de nombreuses données complémentaires sont disponibles afin de comparer nos résultats à différentes échelles. Il s'agit des analyses laboratoires pour les perméabilités et les pressions capillaires ainsi que des mini-tests de pression donnant des mesures de perméabilités à plus grande échelle.

### 3.4.2 Résultats obtenus

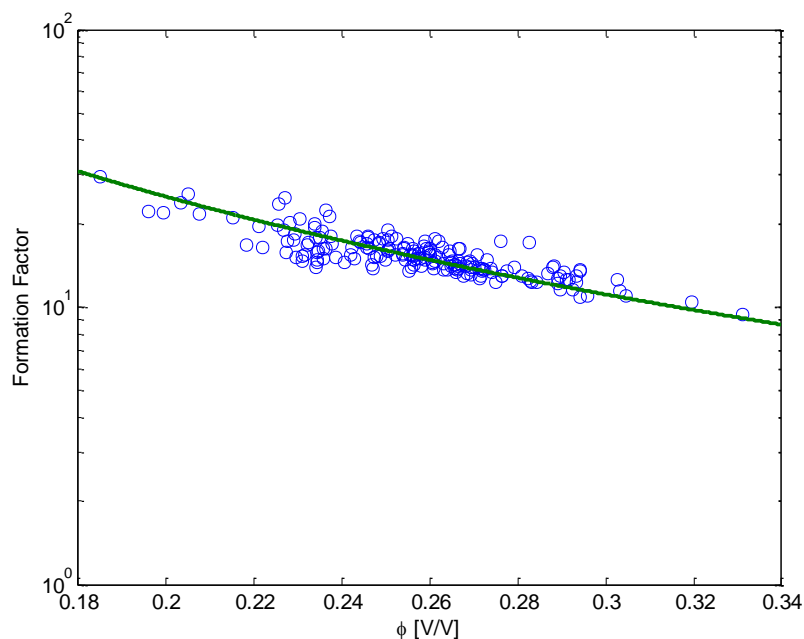
L'intervalle d'intérêt est un faciès homogène dans la zone à eau comportant deux cent échantillons diagraphiques réparties sur la profondeur et espacés régulièrement de 15,24 cm. Toutes les cotes sont inversées indépendamment les unes des autres en utilisant la méthode détaillée paragraphes 3.1 à 3.3.

Les résultats pour chaque paramètre ( $K.P_d$ ,  $V_f$  et  $m$ ) sont représentés en fonction de la porosité dans les figures 3.18, 19 et 20.

Les résultats de l'inversion (indépendants pour chaque cote) montrent une corrélation entre  $K.P_d$  et la porosité effective (cf. figure 3.18) :  $K.P_d$  augmente linéairement avec la porosité sur une échelle semi-logarithmique dans les mêmes proportions que les données laboratoire. Par conséquent, la distribution des propriétés dynamiques est bien capturée par l'inversion d'un faciès, à un facteur multiplicatif près (en relatif mais pas en valeur absolue). Cela montre également que le terme de perméabilité dans le produit  $K.P_d$  est prépondérant par rapport à la pression de déplacement – notons en effet que l'inversion a été effectuée sur un unique faciès, d'où la présence d'une seule structure rocheuse avec une pression capillaire d'entrée plutôt homogène. En outre, la figure 3.19 montre que le facteur de formation inversé est cohérent avec un facteur de cimentation de 2, valeur qui a été utilisée pour l'interprétation conventionnelle des diagraphies. Enfin, nous pouvons observer une légère corrélation entre volume de filtrat inversé et la porosité, ce qui semble indiquer que la quantité de filtrat pouvant pénétrer dans la formation est liée à la qualité de la roche.



**Figure 3.18**  $K.P_d$  inversé dans la zone à eau en fonction de la porosité totale (points bleus),  $K.P_d$  provenant de mesures en laboratoire (carrés noirs).  $\alpha.K.P_d$  correspond aux mesures laboratoires multipliées par un facteur constant  $\alpha$  permettant d'être en phase avec les perméabilités inversées (ici,  $\alpha = 4$ ).



**Figure 3.19** Facteur de formation inversé dans la zone à eau en fonction de la porosité effective. La ligne verte représente le facteur de formation obtenu avec  $m = 2$ :  $F = \frac{1}{\phi^2}$ .



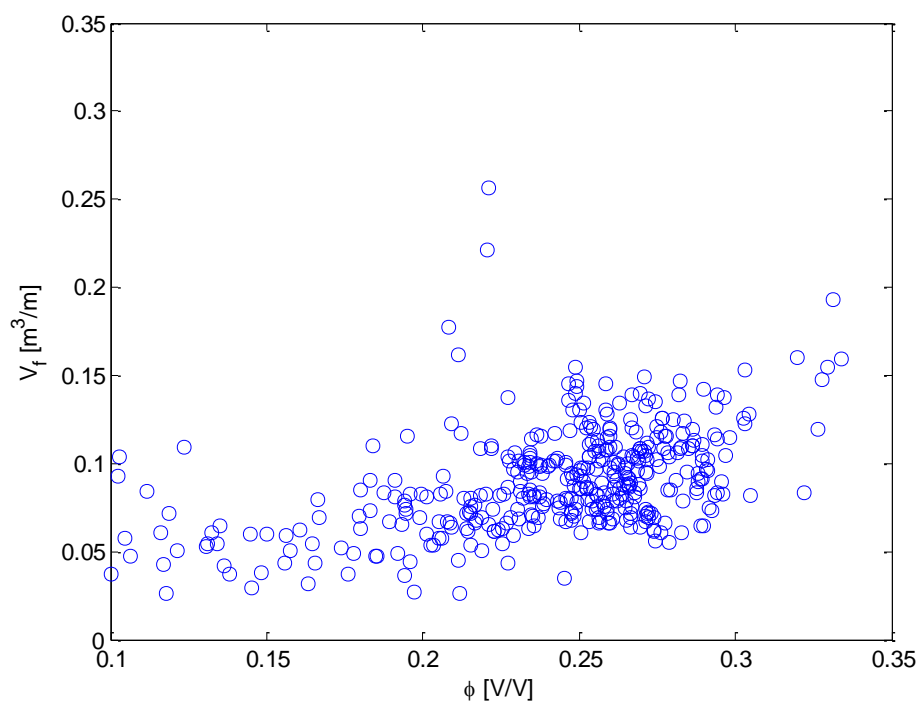


Figure 3.20 Volume de filtrat inversé dans la zone à eau en fonction de la porosité effective

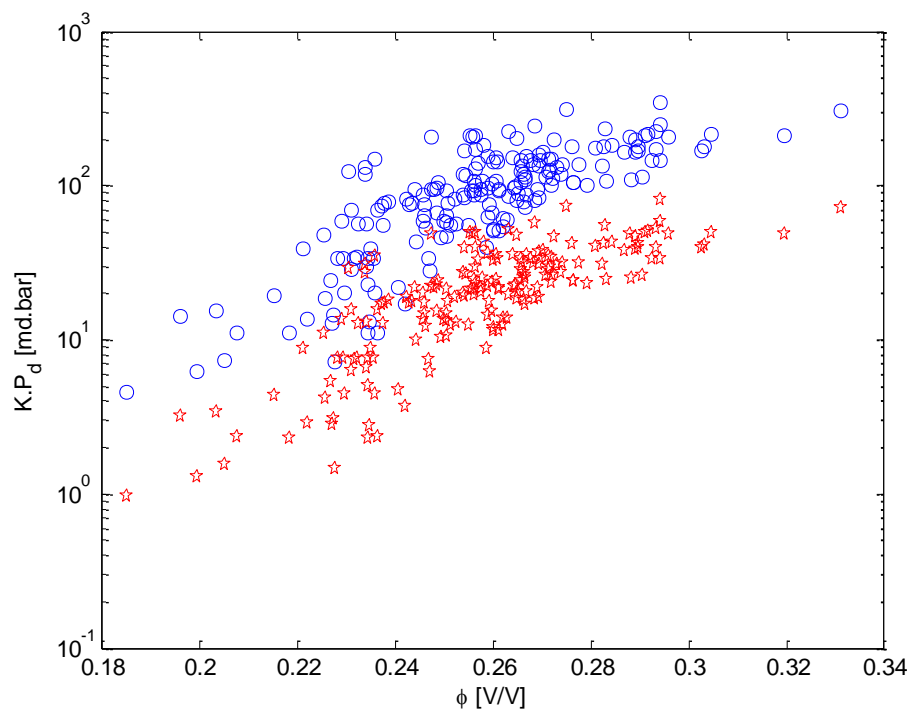


Figure 3.21  $K.P_d$  inversé dans la zone à eau en fonction de la porosité effective pour  $\lambda = 1.5$  (points bleus) et  $\lambda = 0.6$  (étoiles rouges).

Le résultat précédent concernant l'inversion est obtenu pour un choix d'index de distribution de taille de seuils de pore arbitraire  $\lambda$  de 1.5. Il est raisonnable de prendre la même valeur pour tous les niveaux de profondeur puisque le petro-faciès considéré est plutôt homogène et uniforme. Néanmoins, la valeur absolue du paramètre  $\lambda$  ne peut pas être déduite du processus d'inversion seul puisqu'il ne reste pas assez de degrés de libertés pour la zone à eau. La figure 3.21 montre deux résultats d'inversion pour deux valeurs différentes de  $\lambda$ . La même distribution est obtenue avec différentes amplitudes de  $K.P_d$ .

L'inversion doit être lancée conjointement avec la zone à hydrocarbure pour contraindre le paramètre  $\lambda$ , et par conséquent la valeur absolue de  $K.P_d$  (cf. section suivante). Cependant, même si il n'est pas encore parfaitement ajusté, le résultat du  $K.P_d$  inversé obtenu à chaque profondeur présente une relation de la forme :

$$\log(K.P_d) = a_1(\lambda) + a_2 \cdot \phi + a_3 \cdot V_{cl} + a_4 \cdot S_{wirr} \quad (3.31)$$

Les résultats pour  $\lambda = 1.5$  sont donnés dans le tableau 3.4 et figure 3.22.

$a_1$	0.807
$a_2$	5.695
$a_3$	-2.742
$a_4$	-1.764

**Tableau 3.4** – Coefficients de la régression entre  $K.P_d$  et les paramètres de la relation (3.31) obtenus grâce à l'inversion d'une invasion de boue à huile dans la zone à eau (sur un faciès unique) ( $R^2 = 0.77$ )

Cette relation, elle-même non-contrainte dans l'inversion, n'est pas accidentelle. Elle est analogue aux relations du type Woody-Wright-Johnson (WWJ) (Sørensen, 1992) :

$$\log(P_d) - a_1(\lambda) - a_4 \cdot S_{wirr} = a' \cdot \log\left(\frac{\phi}{K}\right) + a_3 \cdot V_{cl} \quad (3.32)$$

Cette forme représente le lien entre les paramètres statiques et dynamiques pour un faciès donné : les 4 coefficients  $a_i$  capturent l'organisation structurale interne du faciès (autrement dit sa fabrique) qui contrôle ses propriétés dynamiques macroscopiques et donc sa capacité d'écoulement. Chaque faciès est alors entièrement caractérisé par une fonction de ce type, transcrivant un **continuum dans la structure du réseau de pores sur une gamme de contenus argileux et de porosités**. Il est alors possible de reproduire toute courbe de pression capillaire pour un faciès donné ( cf. figure 3.23). La comparaison avec les données laboratoire montre une excellente comparaison sur la gamme de saturation [0,2 ; 1] V/V. La différence sur l'intervalle [0 ; 0,2] V/V est dû, d'une part, au biais naturel des données MICP sur les fortes  $P_c$  incompatibles avec la contrainte de  $S_{wirr}$  et, d'autre part, à l'absence de fortes  $P_c$  sur l'intervalle d'étude. En soi, ce biais est négligeable quant à l'évaluation des volumes d'hydrocarbure et la prédiction des propriétés réservoir. Dans la suite du mémoire, nous référencerons la relation (3.31) comme étant une relation de type WWJ.

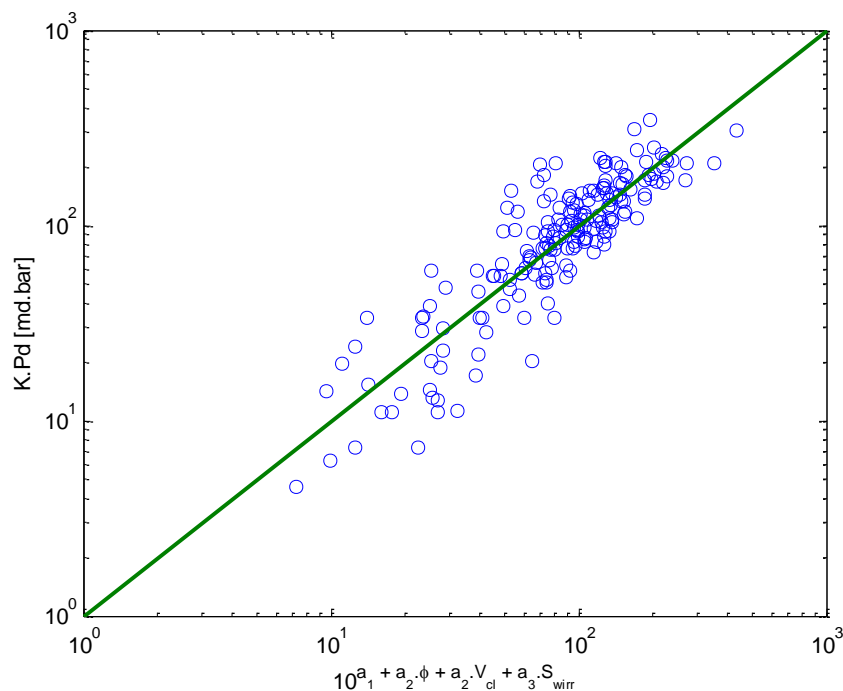


Figure 3.22  $K \cdot P_d$  inversé pour  $\lambda = 1.5$  dans la zone à eau en fonction de la porosité effective, du volume d'argile et de la saturation irréductible ( $R^2 = 0.77$ )

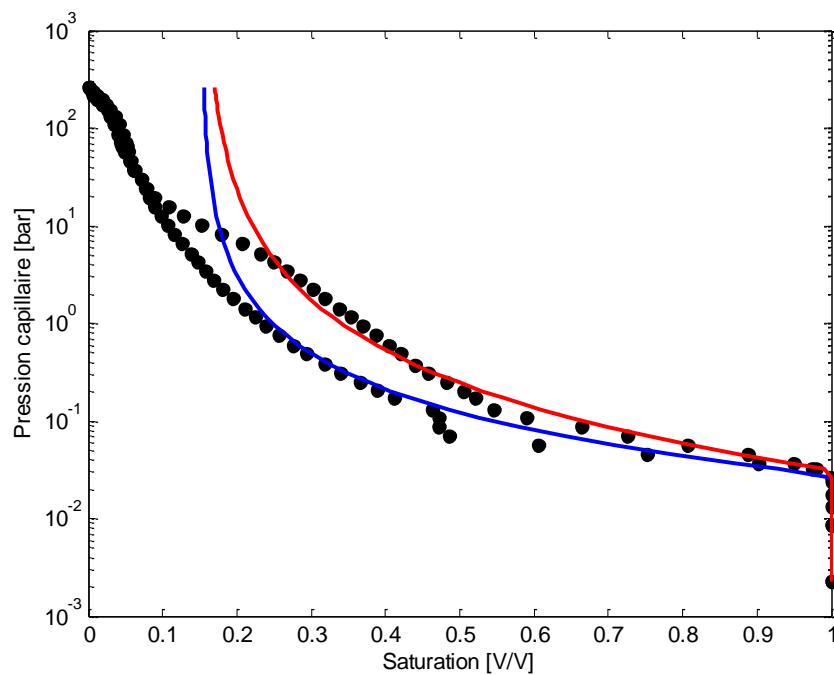


Figure 3.23 Exemple de courbes de  $P_c$  inversée dans un même petro-faciès (même fonction WWJ) avec un contenu en argile et une porosité variables (bleu :  $\Phi = 19.5$  pu,  $V_{cl} = 11.5\%$ ,  $K = 400$  mD, rouge :  $\Phi = 17.7$  pu,  $V_{cl} = 19.4\%$ ,  $K = 170$  mD). Les points noirs sont les  $P_c$  mesurées en laboratoire.

Par conséquent, à la fin de l'inversion dans la zone à eau, une fonction de type WWJ caractéristique d'un faciès lie les paramètres pétrophysique les uns aux autres. Il faut cependant remarquer que le coefficient  $\alpha_1$  dépend de  $\lambda$ . Ainsi,  $K.P_d$  est toujours sous-déterminé et contraint par la valeur de  $\lambda$  qui est supposée homogène pour chaque faciès.

L'objectif de la section suivante est de tester la fonction WWJ obtenue dans la zone à hydrocarbure pour prédire les saturations le long de la colonne et comparer le résultat obtenu aux saturations issues de l'interprétation traditionnelle des diagraphies. Cette nouvelle phase sert à mettre à jour le modèle pétrophysique et résoudre des inconnues supplémentaires.

### 3.5 Schéma complet d'inversion

#### 3.5.1 Apport de la zone à hydrocarbure

Après l'inversion de l'équilibre capillaire radial cote à cote dans le domaine envahi de la zone à eau, une nouvelle relation vient contraindre le système grâce à la zone à hydrocarbure dans laquelle les mêmes fonctions  $P_c$  gouvernent l'équilibre capillaire vertical à l'échelle réservoir. Il s'agit de la relation d'équilibre hydrostatique qui s'exprime de la manière suivante :

$$P_c(z) = H(z - FWL)(\rho_w - \rho_{hc})g(z - FWL) \quad (3.33)$$

Où  $H$  est la fonction de Heaviside,  $\rho_w$  la densité de l'eau,  $\rho_{hc}$  la densité de l'hydrocarbure,  $z$  la profondeur verticale et  $FWL$  le niveau d'eau libre ou cote du contact eau-hydrocarbure.

Le profil de saturation verticale est alors calculé avec (3.12), où  $P_c$  est donné par (3.33) et comparé à la saturation dérivée directement de l'interprétation traditionnelle des diagraphies. Les saturations irréductibles sont déduites de la NMR et utilisées comme contrainte. Enfin, la fonction WWJ par faciès obtenue dans la zone à eau est utilisée pour obtenir la pression de déplacement : pour un faciès et un  $\lambda$  donnés, la pression de déplacement est calculée avec l'équation (3.31) pour l'obtention de  $K.P_d$  à partir des paramètres pétrophysiques  $\phi$ ,  $V_{cl}$  et  $S_{wirr}$ , et en corrélant  $P_d$  et  $K.P_d$  à l'aide d'une relation du même type que la relation (3.22).

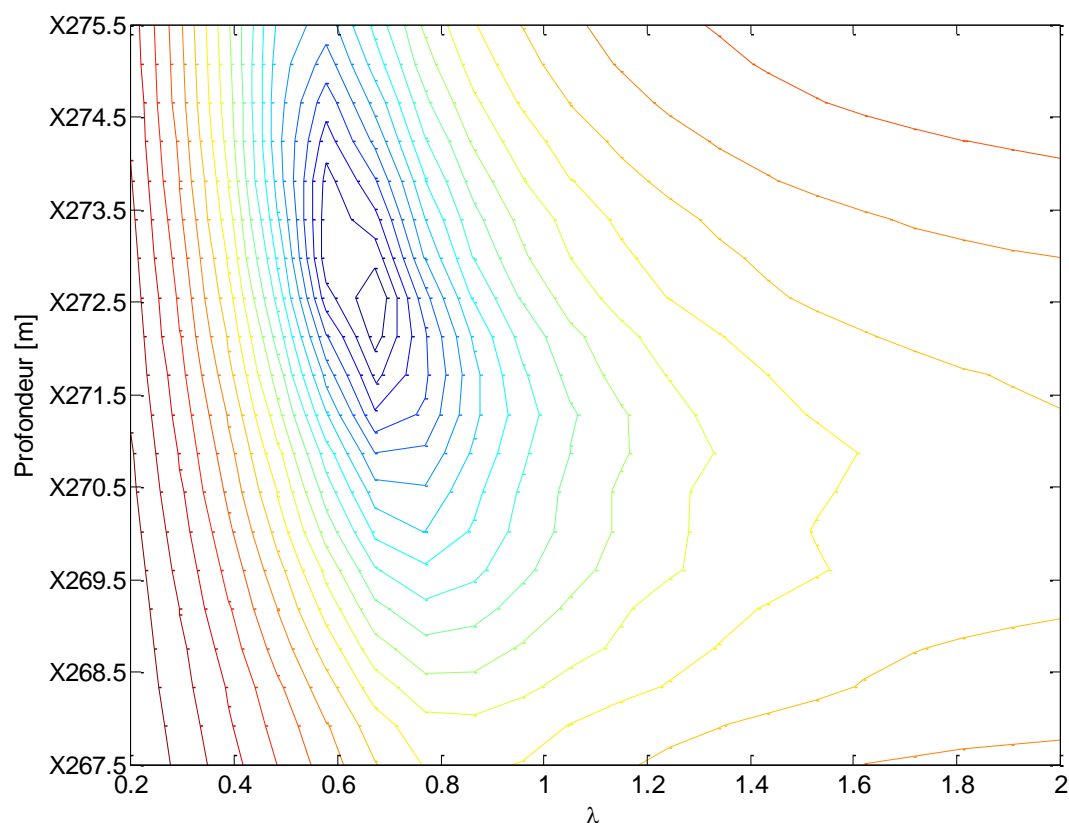
Ainsi, les deux paramètres que l'on peut inverser dans la zone à hydrocarbure sont  $\lambda$  et  $FWL$ . L'inversion est effectuée en minimisant la fonction de coût suivante à chaque profondeur :

$$\min_x ||h_{hc}(x) - y_{hc}||_{R_{hc}}^2 - 1 \quad (3.34)$$

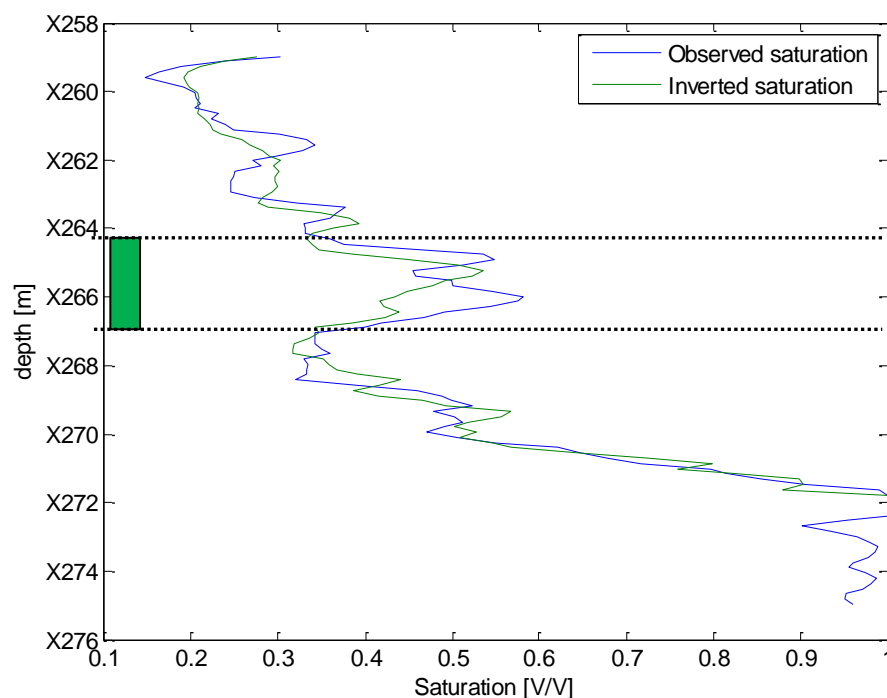
Où  $x = (\lambda, FWL)$ ,  $h_{hc}$  est le modèle de saturation et  $y_{hc}$  la saturation dérivée des résistivités.  $R_{hc}$  est l'écart type de loi modélisant la saturation donnée par l'interprétation traditionnelle. Seuls deux paramètres sont inversés dans la zone à hydrocarbure, les courbes de niveaux de la fonction coût par rapport à ces deux paramètres nous permettront ainsi de caractériser complètement la fonction. Elles sont représentées figure 3.24. Le problème est ici monomodal et un algorithme de Gauss-Newton est utilisé pour résoudre le problème de minimisation. Celui-ci converge systématiquement vers le minimum global.

Le résultat de l'inversion est présenté dans la figure 3.25. On peut y voir la saturation calculée à l'aide de la solution au problème (3.32) (en vert) et la saturation déduite uniquement de la résistivité (bleu). La valeur inversée pour  $\lambda$  est mise à jour à 0.7, alors que la valeur arbitraire prise pour l'inversion de la zone à eau était de  $\lambda=1.5$ . Les deux courbes se superposent assez bien entre elles sur tout l'intervalle ce qui

confirme que nous avons bien un faciès homogène à  $\lambda$  unique, que ce soit dans la zone à eau ou la zone à hydrocarbure. Cela confirme également indirectement les choix faits dans l'interprétation traditionnelle d'utiliser des exposants  $m$  et  $n$  uniformes ainsi que le modèle de correction d'argile. De plus, l'inversion complète a bien capturé une hétérogénéité locale présente dans le faciès entre X264 et X268 m (intervalle vert dans la figure 3.25).



**Figure 3.24** Courbes de niveaux pour la fonction coût dans la zone à hydrocarbure. En ordonnée la profondeur du contact huile-eau (en mètre). En abscisse l'index de distribution de seuils de pores  $\lambda$



**Figure 3.25 Le profil de saturation inversé (vert) par rapport à la saturation obtenue par l'interprétation traditionnelle (bleu). Cadre vert : variation interne de faciès avec un plus grand contenu en argile.**

### 3.5.2 Estimation finale des paramètres pétrophysiques associés à un faciès

#### 3.5.2.1 Principe

A ce stade, deux inversions ont été effectuées : une première dans la zone à eau, qui donne une loi de type Woody-Wright Johnson à l'échelle d'un faciès de façon relative (dépendant de  $\lambda$ ) et une seconde dans la zone à hydrocarbure, qui donne l'index de distribution de seuil de pores moyen pour tout le faciès. On se propose à présent de distribuer tous ces paramètres pétrophysiques cote à cote en utilisant comme connaissance *a priori* les deux informations moyennes apprises aux étapes précédentes. Les paramètres à estimer sont alors ceux gouvernant les pressions capillaires ( $S_{wirr}$ ,  $\lambda$  et  $P_d$ ) et la perméabilité  $K$ . Les paramètres de porosité  $\phi$  et de volume d'argile  $V_{cl}$  sont supposés connus grâce aux approches pétrophysiques traditionnelles principalement centrées sur les diagraphies nucléaires.

Grâce à l'inversion de la zone hydrocarbure, nous avons pu déterminer un index de distribution de seuils de pores  $\lambda$  moyen pour l'ensemble du faciès. Il s'agit d'une des hypothèses principales de notre approche dans laquelle un faciès est décrit comme un assemblage donné de constituants dont la distribution de seuils de pores est un des paramètres central décrivant la topologie du milieu poreux. Ce continuum textural lie d'une façon particulière propriétés volumétriques et dynamiques. Le paramètre  $\lambda$  pour une cote peut ainsi être modélisé de la façon suivante :

$$\lambda = \lambda_{ref} + \epsilon_{\lambda} \quad (3.35)$$

Où  $\lambda_{ref}$  est la distribution de seuils de pores moyenne inversée à l'étape précédente et :

$$\epsilon_{\lambda} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\lambda}^2) \quad (3.36)$$

L'écart type  $\sigma_{\lambda}$  représente le degré d'homogénéité du faciès. Il peut être fixé selon les connaissances disponibles sur la nature de la roche. Il est pris égal à 0.1 pour ce cas d'étude, ce qui correspond à un faciès assez homogène.

La saturation irréductible est donnée grâce à la NMR. Pour une cote, on a :

$$S_{wirr} = S_{wirr_{ref}} + \epsilon_{S_{wirr}} \quad (3.37)$$

Où  $S_{wirr_{ref}}$  est donné par la mesure NMR et :

$$\epsilon_{S_{wirr}} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{S_{wirr}}^2) \quad (3.38)$$

L'écart type  $\sigma_{S_{wirr}}$  est issu de l'interprétation de la NMR.

Dans la zone à eau, nous avons déterminé une loi de type Woody Wright Johnson valable pour l'ensemble du faciès. Pour une cote,  $V_{cl}$  et  $\phi$  étant fixés, elle se présente sous la forme :  $\log(K.P_d) = a_1(\lambda) + a_2.S_{wirr}$ . La figure 3.26 montre cette dépendance de  $\log(K.P_d)$  en fonction de  $\lambda$ . Sur l'intervalle  $[0.1; 2]$ , qui représente la gamme de valeur généralement admissible pour ce paramètre, cette dépendance n'est cependant pas linéaire. Toutefois, en intégrant la contrainte sur  $\lambda$  donnée par (3.35), on aboutit à une évaluation de  $\log(K.P_d)$  réduite à un intervalle de  $\lambda$  permettant d'établir une dépendance linéaire à plus de 95% entre les deux grandeurs. Pour notre étude, on peut alors écrire pour une cote :

$$\log(K.P_d) = a_0 + a_1.S_{wirr} + a_2.\lambda + \epsilon_{K.P_d} \quad (3.39)$$

Avec :

$$\epsilon_{K.P_d} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{K.P_d}^2) \quad (3.40)$$

$\epsilon_{K.P_d}$  est issu du résultat de l'inversion de la zone à eau où l'écart par rapport à la relation de type WWJ inversé est quantifié (cf. figure 3.27). Ce résidu est estimé par une loi normale dont l'écart type  $\sigma_{K.P_d}$  est représentatif de la loi à l'échelle du faciès.

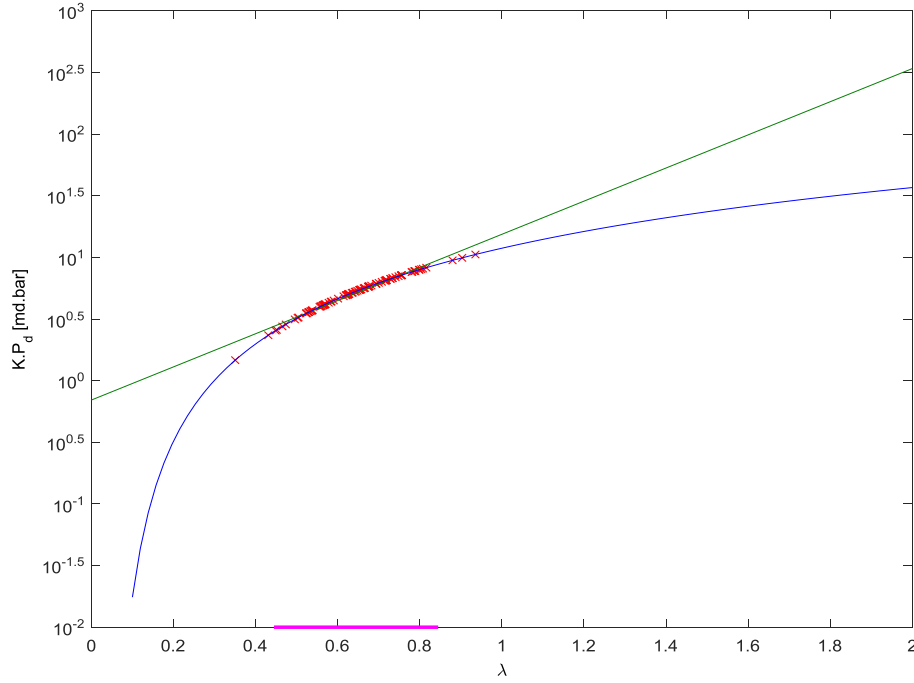
Enfin, le paramètre  $P_d$  est lié au paramètre  $K.P_d$  grâce à une relation de même type que la relation (3.22). Elle se présente sous la forme:

$$\log(P_d) = b_0 + b_1.K.P_d + \epsilon_{P_d} \quad (3.41)$$

Avec :

$$\epsilon_{P_d} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{P_d}^2) \quad (3.42)$$

Comme précédemment, nous avons représenté l'écart par rapport à la moyenne sous forme d'histogramme figure 3.28. Celui-ci est ajusté sur une loi normale centrale d'écart type  $\sigma_{P_d}$ .



**Figure 3.26  $\log(K.P_d)$  en fonction de  $\lambda$ . Les points rouges représentent  $\log(K.P_d)$  évalué aux points d'échantillonnage de loi normale pour le cas d'étude considéré. La droite verte est l'interpolation linéaire qui en résulte. Le segment magenta représente l'intervalle de confiance à 95% pour la loi normale.**

Nous avons ainsi présenté l'ensemble des informations *a priori* dont on dispose sur les paramètres que l'on cherche à estimer à cette étape. Pour chaque cote, le vecteur des inconnus est

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} S_{wirr} \\ \lambda \\ \log(K.P_d) \\ \log(P_d) \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

L'*a priori* se présente sous la forme d'une loi normale multi variée. Soient  $\mu$  la moyenne de cette loi et  $B$  sa matrice de covariance, la fonction de densité de la loi s'écrit :

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi^2 |\mathbf{B}^{1/2}|} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\mu)^T \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{x}-\mu)} \quad (3.44)$$



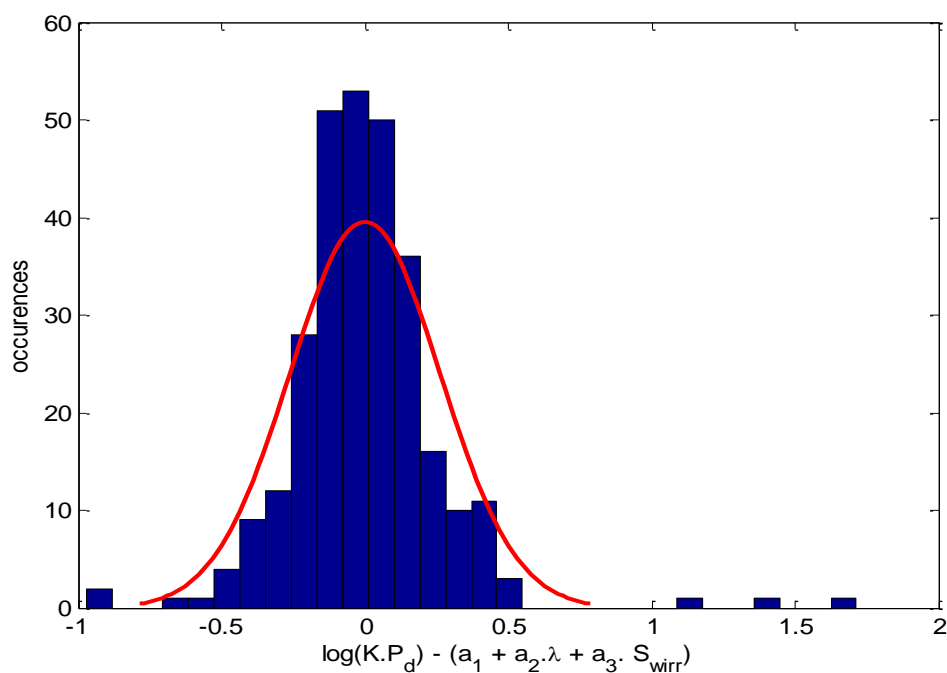


Figure 3.27 Histogramme représentant les occurrences du résidu de la relation liant  $K.P_d$  à  $\lambda$  et  $S_{wirr}$ , ajusté par une loi normale centrée.

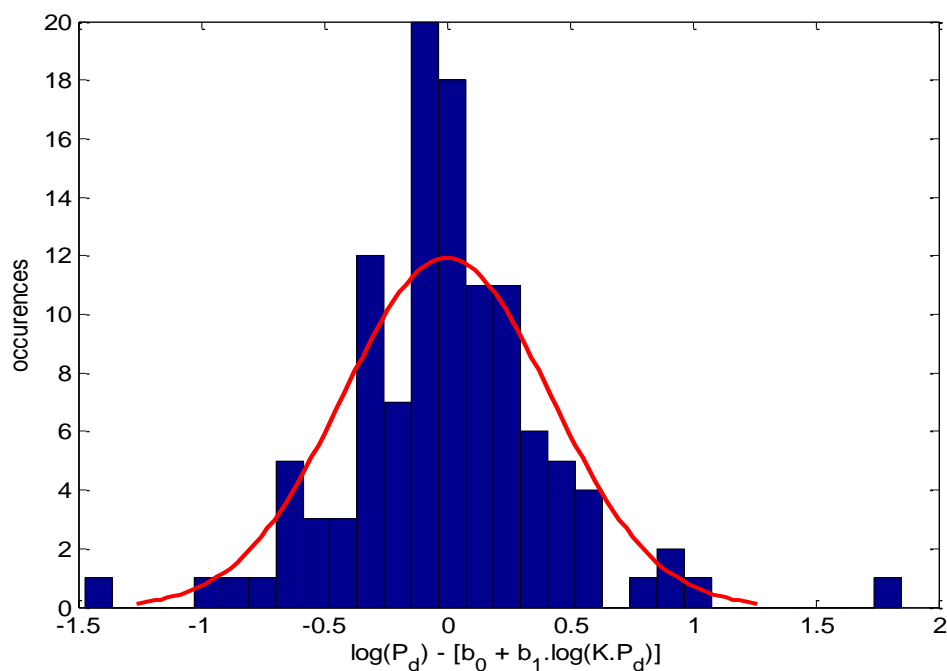


Figure 3.28 Histogramme représentant les occurrences du résidu de la relation liant  $P_d$  et  $K.P_d$  calé par une loi normale centrée.

Avec :

$$\mu = \begin{pmatrix} S_{wirr_{ref}} \\ \lambda_{ref} \\ a_0 + a_1 \cdot S_{wirr_{ref}} + a_2 \cdot \lambda_{ref} \\ b_0 + b_1 \cdot (a_0 + a_1 \cdot S_{wirr_{ref}} + a_2 \cdot \lambda_{ref}) \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

Sous ces hypothèses, la matrice de covariance est alors donnée par :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{S_{wirr}}^2 & 0 & a_1 \cdot \sigma_{S_{wirr}}^2 & b_1 \cdot a_1 \cdot \sigma_{S_{wirr}}^2 \\ 0 & \sigma_{\lambda}^2 & a_2 \cdot \sigma_{\lambda}^2 & b_1 \cdot a_2 \cdot \sigma_{\lambda}^2 \\ a_1 \cdot \sigma_{S_{wirr}}^2 & a_2 \cdot \sigma_{\lambda}^2 & a_1^2 \cdot \sigma_{S_{wirr}}^2 + a_2^2 \cdot \sigma_{\lambda}^2 + \sigma_{K.P.d}^2 & b_1 \cdot (a_1^2 \cdot \sigma_{S_{wirr}}^2 + a_2^2 \cdot \sigma_{\lambda}^2 + \sigma_{K.P.d}^2) \\ b_1 \cdot a_1 \cdot \sigma_{S_{wirr}}^2 & b_1 \cdot a_2 \cdot \sigma_{\lambda}^2 & b_1 \cdot (a_1^2 \cdot \sigma_{S_{wirr}}^2 + a_2^2 \cdot \sigma_{\lambda}^2 + \sigma_{K.P.d}^2) & b_1^2 \cdot (a_1^2 \cdot \sigma_{S_{wirr}}^2 + a_2^2 \cdot \sigma_{\lambda}^2 + \sigma_{K.P.d}^2) + \sigma_{P.d}^2 \end{pmatrix} \quad (3.46)$$

Les mesures diagraphiques sont aussi gaussiennes et sont les mêmes que celles qui ont été utilisées lors des deux précédentes étapes d'inversion. Il s'agit des diagraphies de résistivités pour la zone à eau et de la saturation issue de l'interprétation traditionnelle pour la zone à hydrocarbure. On appellera  $\mathbf{y}_i$  le vecteur de ces mesures ( $i = w, h_c$  avec  $\mathbf{y}_{h_c} \in \mathbb{R}$  pour la zone à hydrocarbure et  $\mathbf{y}_w \in \mathbb{R}^5$  pour la zone à eau) et  $\mathbf{R}_i$  la matrice de covariance associée ( $i = w, h_c$  avec  $\mathbf{R}_{h_c} \in \mathbb{R}$  pour la zone à hydrocarbure et  $\mathbf{y}_w \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$  pour la zone à eau). De plus, le modèle liant le paramètre aux mesures est supposé parfait que ce soit dans la zone à eau ou dans la zone à hydrocarbure. Il est constitué par les équations (3.32) à (3.33) pour la zone à hydrocarbure et par (3.17) à (3.25) pour la zone à eau :

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{h}_i(\mathbf{x}) + \epsilon_{y_i} \quad (3.47)$$

Où l'indice  $i$  représente une zone à hydrocarbure ou une zone à eau. La fonction de vraisemblance s'écrit alors :

$$p(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2} |\mathbf{R}_i|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{h}_i(\mathbf{x}) - \mathbf{y}_i)^T \mathbf{R}_i^{-1} (\mathbf{h}_i(\mathbf{x}) - \mathbf{y}_i)} \quad (3.48)$$

Où  $n$  est égal à 1 pour une zone à hydrocarbure et à 5 pour une zone à eau. Enfin, en combinant ces hypothèses et en utilisant la loi de Bayes, la loi de densité *a posteriori* sur les paramètres est de la forme :

$$p(\mathbf{x}|\mathbf{y}) \propto p(\mathbf{x}) \cdot p(\mathbf{y}|\mathbf{x}) \quad (3.49)$$

Soit :

$$p(\mathbf{x}|\mathbf{y}) \propto e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mu)^T \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{x} - \mu) - \frac{1}{2}(\mathbf{h}_i(\mathbf{x}) - \mu)^T \mathbf{R}_i^{-1} (\mathbf{h}_i(\mathbf{x}) - \mu)} \quad (3.50)$$

Le maximum *a posteriori* est le point maximisant  $p(\mathbf{x}|\mathbf{y})$ . Il consiste ainsi à résoudre le problème suivant :

$$\min_x ||\mathbf{h}_i(\mathbf{x}) - \mathbf{y}_i||_{\mathbf{R}_i}^2 + ||\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_x||_{\mathbf{B}}^2 \quad (3.51)$$

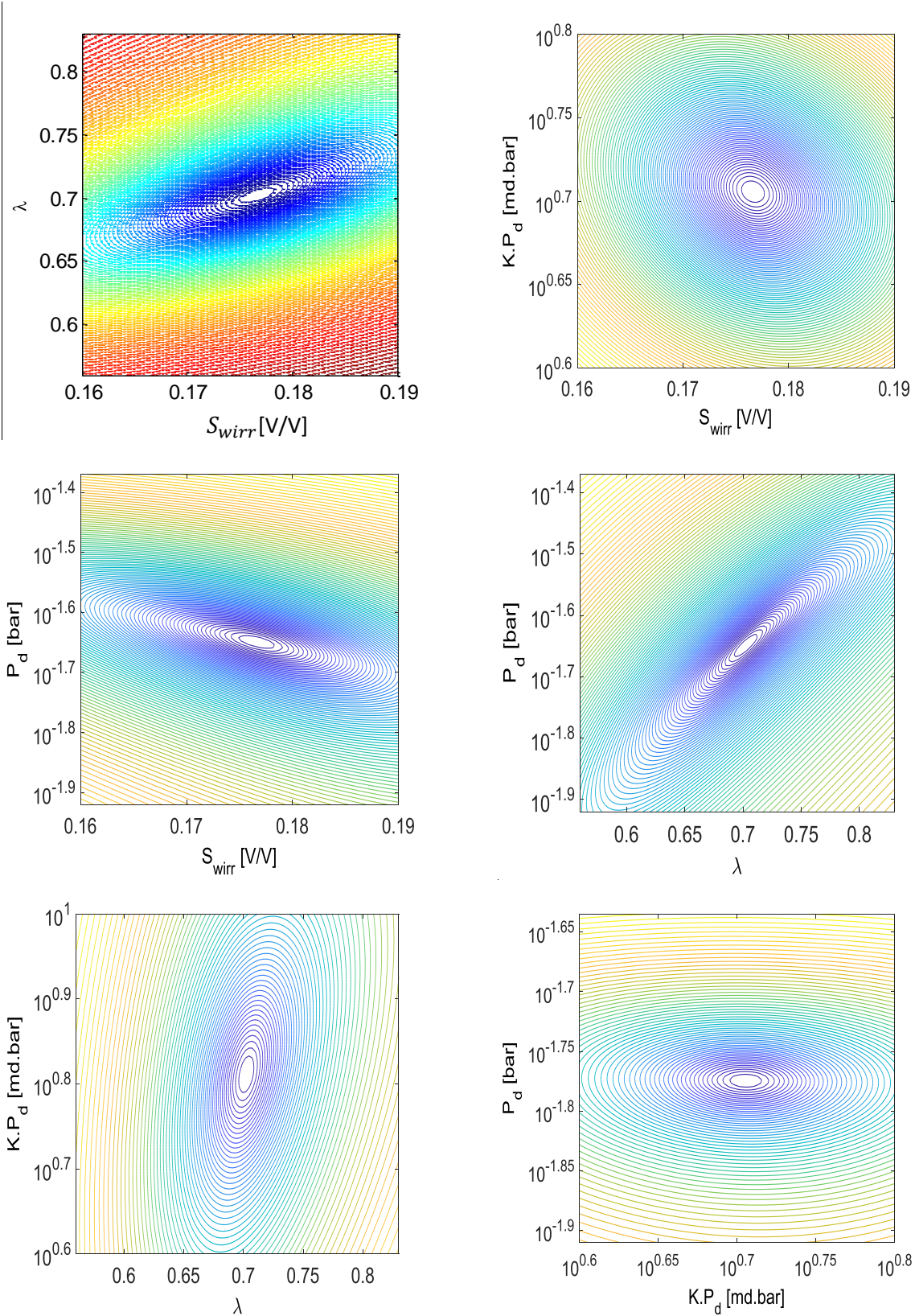
Comme précédemment, l'algorithme *sqp* est employé pour mener à bien cette tâche, en utilisant  $\mu_x$  pour itéré initial. La fonction  $h_i$  n'étant pas linéaire, la densité de probabilité de la loi *a posteriori* n'est pas gaussienne. Il n'existe donc pas de formule explicite permettant de donner directement la moyenne et la covariance de cette loi. Si la fonction coût est linéarisable autour du minimum  $\bar{x}$ , il est néanmoins possible de considérer que la distribution est approximativement une loi gaussienne. Sa moyenne serait le minimum de la fonction coût et sa covariance donnée par (Tarantola, 2005):

$$\boldsymbol{\Sigma} \cong (\mathbf{H}_i^T \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{H}_i + \mathbf{B}^{-1})^{-1} \quad (3.52)$$

Où  $\mathbf{H}_i$  est le modèle tangent linéaire de  $h_i$  pris au point  $\bar{x}$ . Les courbes de niveaux autour de ce minimum sont représentées figure 3.29. L'intervalle représenté pour chaque paramètre est compris entre les quantiles 25 et 75 de la distribution. Les courbes de niveaux sont toutes quasi ellipsoïdales. Il est ainsi légitime d'utiliser une loi gaussienne de moyenne  $\bar{x}$  et de covariance  $\boldsymbol{\Sigma}$  afin de modéliser la distribution *a posteriori*.

Au terme de cette étape, nous disposons d'une estimation des paramètres pétrophysiques cote à cote et d'une loi de probabilité modélisant leur distribution. Cette loi est gaussienne et a pour moyenne  $\bar{x}$  et pour matrice de covariance  $\boldsymbol{\Sigma}$ . Les coefficients diagonaux de cette matrice peuvent être utilisés pour donner les incertitudes associées aux paramètres. Les corrélations entre paramètres sont quant à elles obtenues grâce à la matrice de corrélation.

Pour représenter le résultat obtenu, il peut être utile d'échantillonner la loi ainsi obtenue et de présenter les réalisations. Cela est aussi nécessaire pour obtenir le paramètre de perméabilité  $K$  avec la distribution associée, celui-ci étant égal au ratio  $\frac{K.P_d}{P_d}$ . De telles réalisations sont représentées figure 3.30 sous forme d'un histogramme pour les quatre paramètres inversés d'une cote.



**Figure 3.29** Courbes de niveaux autour du minimum de la fonction coût pour les quatre paramètres  $S_{wirr}$ ,  $\lambda$ ,  $K.P_d$  et  $P_d$

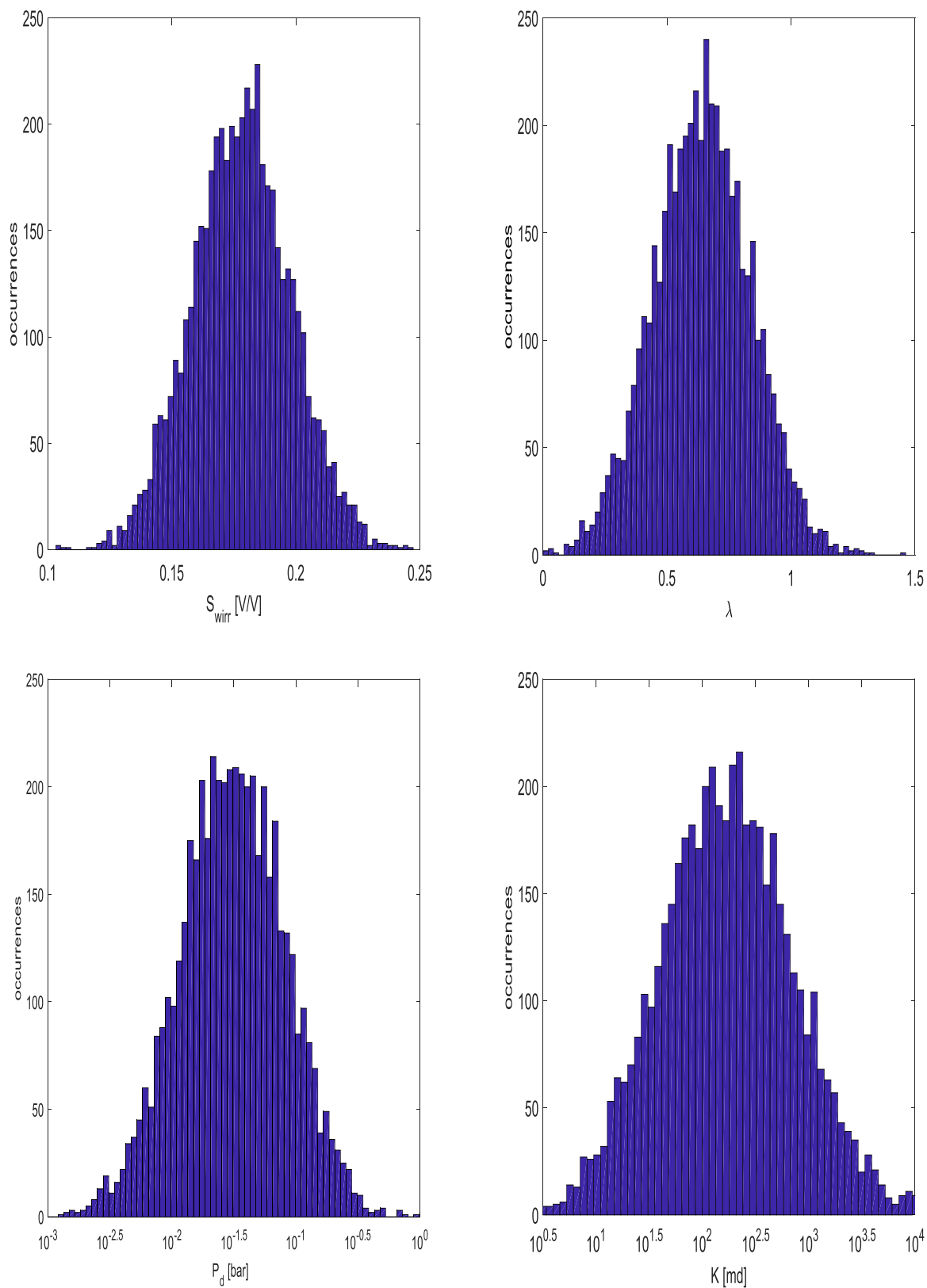


Figure 3.30 Histogrammes représentant la distribution des quatre paramètres inversés

### 3.5.2.2 Résultats sur l'intervalle

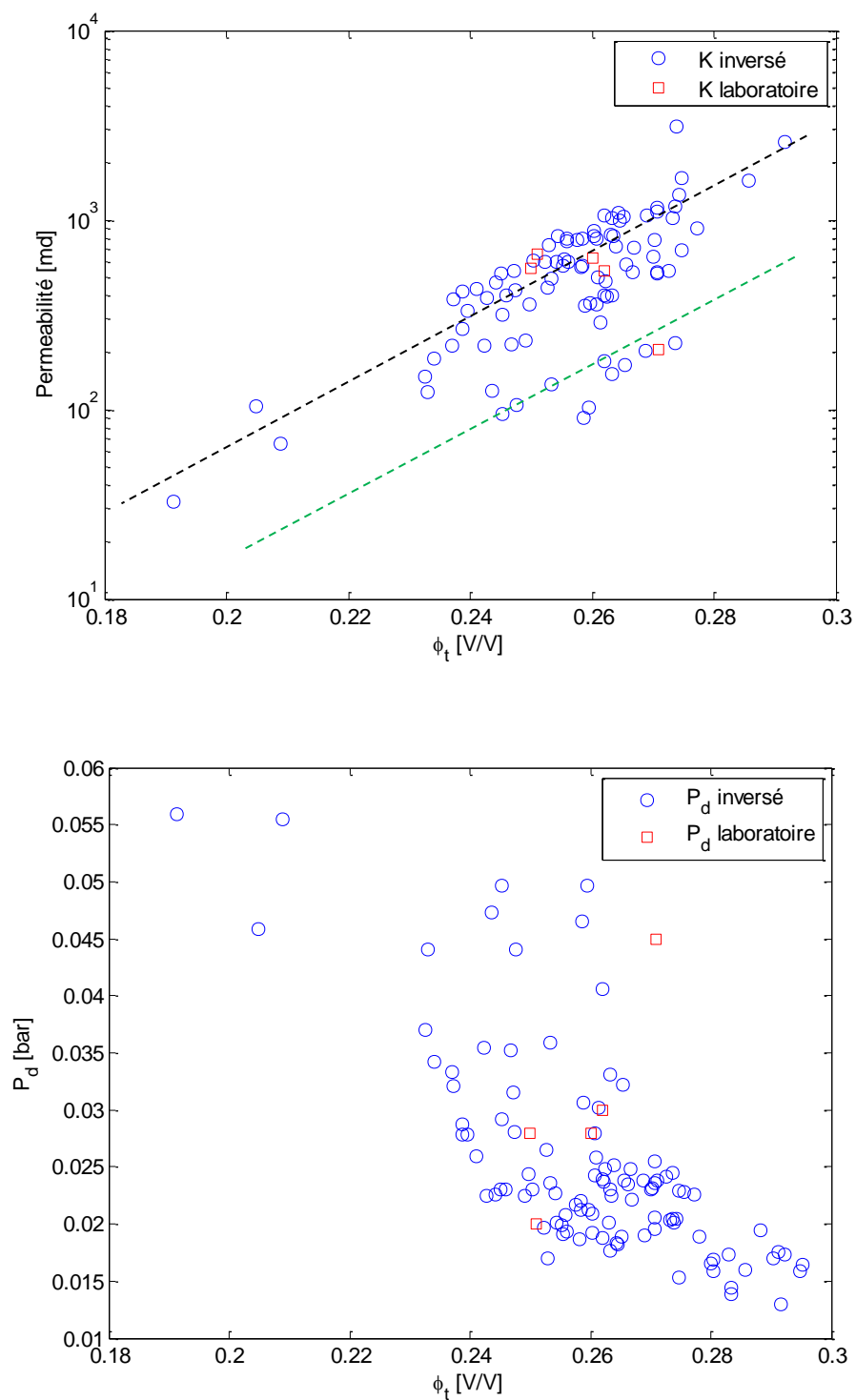
La méthode explicitée au paragraphe précédent a été employée sur les cotes de la zone à hydrocarbure de l'intervalle du cas d'étude.

Les perméabilités et pressions d'entrée  $P_d$  inversées sont représentées figure 3.31 conjointement avec les perméabilités laboratoire (plugs latéraux de paroi). Les valeurs estimées et mesurées sont conformes et suivent les mêmes tendances. Le constat est similaire en ce qui concerne les pressions de déplacement. L'hétérogénéité intrinsèque au faciès est également capturée par l'inversion, avec la même dispersion des perméabilités qu'en laboratoire (cf. lignes pointillées). Une telle dispersion s'explique, à l'intérieur d'un faciès, par un changement graduel dans la structure de la roche (cf. intervalle vert dans la figure 3.25 se situant dans la figure 3.31 autour de la ligne pointillée verte). Ce changement est visible lorsqu'on regarde le profil de saturation vertical. Il est causé par une plus grande quantité d'argile au niveau des seuils de pore, ce qui a pour résultat d'augmenter la saturation irréductible de manière significative.

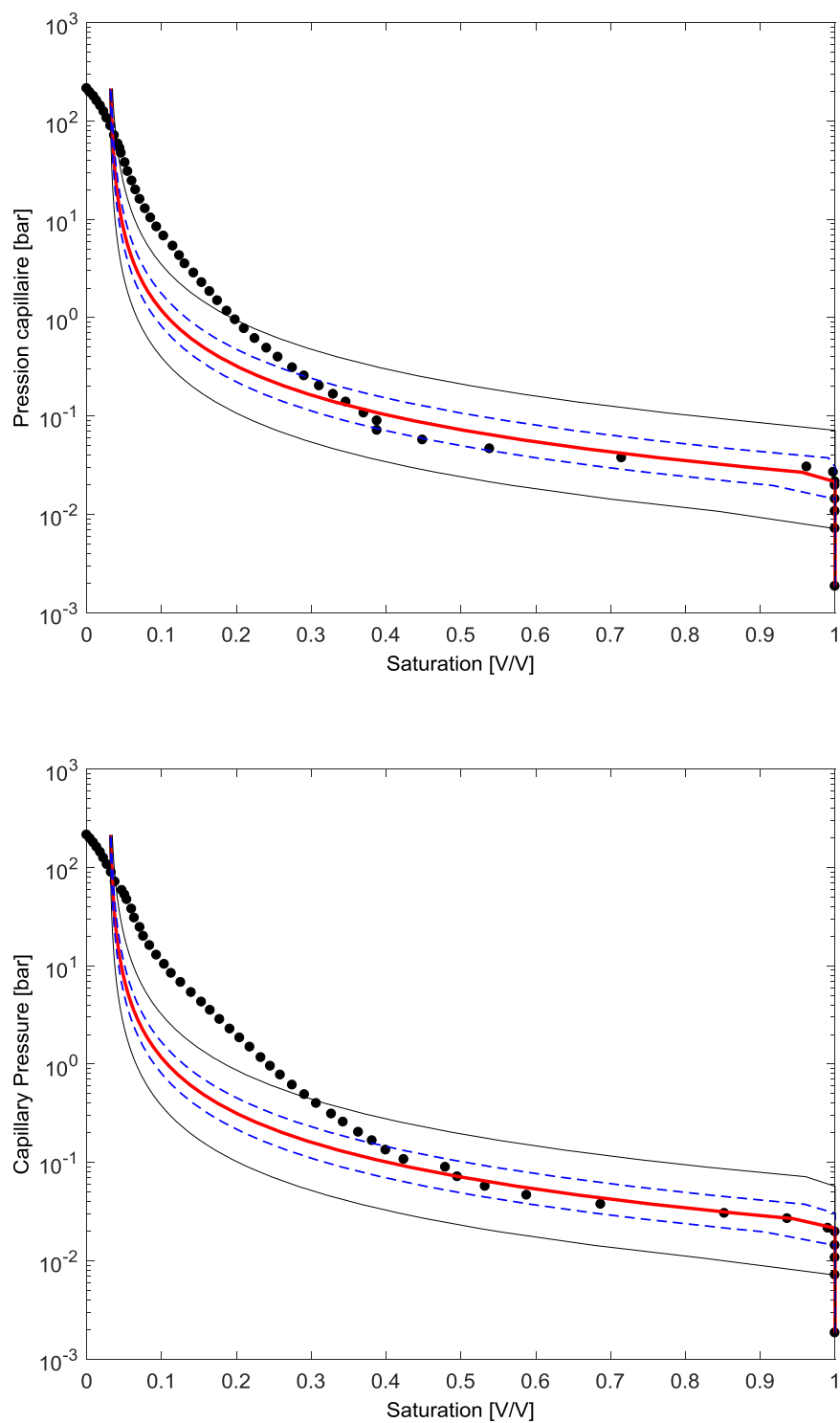
Le résultat pour les courbes de pression capillaire est représentée en figure 3.32 pour deux profondeurs différentes (X861 m et X862.7 m). Les courbes de pression capillaire inversées correspondent aux résultats obtenus sur plug en laboratoire pour une saturation supérieure à 0.4 V/V en forme et en valeur absolue. Les incertitudes ont été calculées suivant la méthode présentée au paragraphe précédent. La différence observée pour les basses saturations en eau peut être expliquée par plusieurs facteurs :

- Le modèle de pression capillaire n'est pas adapté sur toute la gamme de saturation. La pression capillaire effective ne peut pas être modélisée par un formalisme de Brook Corey unique pour les faciès sélectionnés (système multi-tailles de seuils de pore visible sur la donnée laboratoire);
- Le modèle d'apprentissage est surtout sensible à de basses valeurs de pression capillaire. D'une part, du fait que l'inversion est entraînée sur des comportements d'invasion ne développant dans l'abord puits que des pressions relativement modérées; et d'autre part car la zone à hydrocarbure contribue à l'inversion sur un intervalle n'excédant pas 15 m, soit 0.5 bar une fois converti en pression capillaire.

Ces remarques indiquent que la méthode d'inversion ne permet pas d'estimer les pressions capillaires en toute situation, notamment sur une gamme absente du cas d'apprentissage. Notre approche est principalement capable d'estimer le principal paramètre de contrôle de la saturation : la pression d'entrée si le modèle est dominé par la zone d'eau ; la saturation irréductible si la section d'apprentissage est constituée d'un long intervalle d'hydrocarbure à saturation irréductible ; et l'exposant  $\lambda$  si l'intervalle est composé d'une importante zone de transition. La différence avec les courbes de pression capillaire réelles n'est pas un biais mais traduit simplement le manque de sensibilité des diagraphies par rapport à certains paramètres.



**Figure 3.31 Résultats pétrophysiques inversés comparés aux données laboratoire**  
**Graphes du haut :** Perméabilité inversée dans la zone à hydrocarbure en fonction de la porosité totale (cercles bleus) ainsi que les perméabilités laboratoire (carrés rouges). **Graphes du bas :** Idem pour les pressions d'entrée  $P_d$  inversés.



**Figure 3.32 Pression capillaire inversée : médiane (en rouge), centiles 25 et 75 (lignes bleues), centiles 5 et 95 (lignes bleues) ainsi que pressions capillaires mesurées par méthode MICP (points noirs).  
Résultats pour les profondeurs X261 m (en haut) et X262.7 m (en bas)**



Pour compenser cette limitation, il serait intéressant d'appliquer notre approche sur le même faciès dans une configuration multi-puits ou multi-réservoirs afin d'assurer une exposition et une sensibilité la plus uniforme possible à tous les paramètres pétrophysiques. Réciproquement, cette méthode est une opportunité unique d'évaluer la valeur ajoutée exacte de chaque source de données (diagraphies et carotte) en pointant précisément les redondances et les manques sur chaque source de données. Cette approche peut également aider le processus de synthèse pétrophysique en proposant une couverture complète sur certains faciès intégrant leur variabilité interne.

### 3.6 Conclusion du chapitre

Nous avons présenté dans ce chapitre la méthode complète d'inversion pétrophysique à l'échelle d'un faciès. En caractérisant l'invasion dans la zone à eau grâce aux mesures de résistivités et en modélisant le profil de saturation vertical de la zone à hydrocarbure avec un formalisme de pression capillaire, nous avons montré qu'il est possible d'obtenir les lois pétrophysiques décrivant le comportement du faciès d'étude (voir eq. 3.31 et figure 3.31) et d'estimer les paramètres pétrophysiques cote à cote avec une loi de probabilité associée (3.29 et 3.31). Le schéma représenté figure 3.33 résume les différentes étapes de l'inversion.

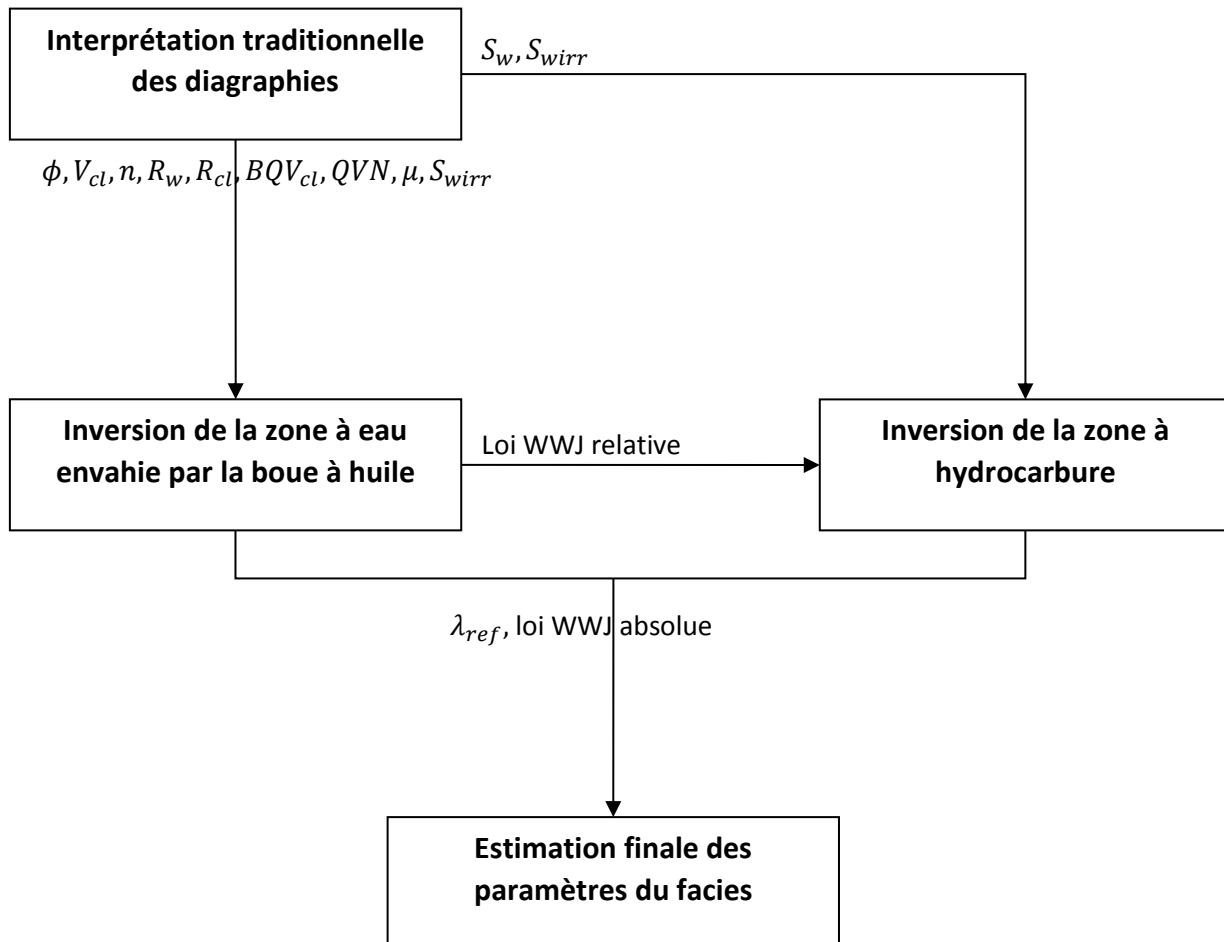


Figure 3.33 Schéma récapitulatif du processus d'inversion

Les deux principales hypothèses utilisées pour décrire un faciès sont les suivantes :

- **Isotropie** des paramètres pétrophysiques
- **Continuum textural statique/dynamique** modélisé par une loi type WWJ pour des  $\lambda_i$  proches d'un  $\lambda_{ref}$  moyen unique pour le faciès :  $\log(K.P_{d_i}) = a_0 + a_1.\phi_i + a_2.V_{cl_i} + a_3.S_{wirr_i} + a_4.\lambda_i$  où  $i$  représente l'indice de la cote donnée d'un faciès.

Sous ces hypothèses, le problème de minimisation à résoudre est donné par :

$$\min_{(x,a,\lambda_{ref})} \underbrace{\|h_w(x) - y_w\|_{R_w}^2}_{\text{Toutes les cotes de la zone à eau}} + \underbrace{\|h_{hc}(x) - y_{hc}\|_{R_{hc}}^2}_{\text{Toutes les cotes de la zone à hydrocarbure}} + \underbrace{\|x - \mu_x(a, \lambda_{ref})\|_B^2}_{\text{Hypothèses sur le faciès}} \quad (3.53)$$

Où l'on a :

$$x = \begin{pmatrix} S_{wirr_1} \\ \vdots \\ S_{wirr_1} \\ \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_N \\ \log(K.P_{d_1}) \\ \vdots \\ \log(K.P_{d_N}) \\ \log(P_{d_1}) \\ \vdots \\ \log(P_{d_N}) \\ m_1 \\ \vdots \\ m_{N_w} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \mu_x(a, \lambda_{ref}) = \begin{pmatrix} S_{wirr_{ref_1}} \\ \vdots \\ S_{wirr_{ref_N}} \\ \lambda_{ref} \\ \vdots \\ \lambda_{ref} \\ a_0 + a_1.\phi_1 + a_2.V_{cl_1} + a_3.S_{wirr_1} + a_4.\lambda_1 \\ \vdots \\ a_0 + a_1.\phi_N + a_2.V_{cl_1} + a_3.S_{wirr_1} + a_4.\lambda_1 \\ b_0 + b_1.\log(K.P_{d_1}) \\ \vdots \\ b_0 + b_1.\log(K.P_{d_N}) \\ m_1 \\ \vdots \\ m_{N_w} \end{pmatrix} \quad (3.54)$$

$N$  est le nombre de cotes prises en considération dans l'inversion du faciès (zone à eau + zone à hydrocarbure) et  $N_w$  le nombre de cotes de la zone à eau. Nous rappelons que  $S_{wirr_{ref_i}}$  est donné par la NMR pour chaque cote et  $b_0$  et  $b_1$  sont les paramètres de la relation 3.22. La principale difficulté dans ce problème repose sur le fait que le terme représentant nos hypothèses sur le faciès dépend de paramètres qui doivent être inversés en même temps que sont estimés les paramètres pétrophysiques cote à cote.

Notre approche a consisté à simplifier le problème en le décomposant en deux phases. La première inversion de la zone à eau donne une partie de la loi WWJ régissant le faciès (dépendante de  $\lambda$ ) tandis que l'inversion de la zone à hydrocarbure donne le  $\lambda_{ref}$  moyen du faciès ainsi que la loi WWJ finale. L'avantage d'une telle approche est qu'elle permet d'identifier la nature de l'information que porte chaque zone : les variations relatives de propriétés pétrophysiques dans la zone à eau et leurs valeurs absolues dans la zone

à hydrocarbure. Le problème peut ainsi être résolu avec le moins de biais possible. Notre approche permet également de visualiser les résultats d'inversion au fur et à mesure que chaque cote est inversée dans la zone à eau, nous permettant d'avoir une idée de la solution au fur et à mesure que se déroule le processus d'inversion.

Enfin, il faut noter que nous n'avons pas pris en compte de corrélations spatiales entre les différents paramètres pétrophysiques à inverser. Celles-ci pourraient être modélisées par les matrices de covariance du problème (3.51) avec des fonctions exponentielles (Tarantola, 2005) ou encore grâce à des opérateurs de diffusion (Gratton *et al.*, 2013). Nous n'avons pas eu besoin d'utiliser de telles approches car les diagraphies sont déjà des moyennes glissantes et nous n'avons pas observé de discontinuités abruptes entre des cotes adjacentes d'un même faciès. Nous avons pu inverser les lois et paramètres pétrophysiques d'un faciès sans ajouter de connaissance *a priori* autre que les deux hypothèses susmentionnées.

## CHAPITRE 4 : ETUDE CRITIQUE DE LA METHODE D'INVERSION PETROPHYSIQUE DES DIAGRAPHIES

La méthode d'inversion pétrophysique appliquée pour un faciès homogène épais a donné des résultats conformes au regard des contraintes carottes disponibles (mesures laboratoires sur plugs). La méthode développée est constituée de plusieurs briques qu'il convient de mettre à l'épreuve afin d'assurer la robustesse du résultat d'inversion. En reprenant le schéma de la figure 3.33, les principales étapes du processus d'inversion sont les suivantes :

- Inversion de la zone à eau envahie par une boue à huile. Cette étape fournit les lois de type WWJ décrivant le comportement pétrophysique d'un faciès ;
- Inversion des profils de saturation verticaux de la zone à hydrocarbure. Cette étape permet d'obtenir le paramètre  $\lambda$  moyen du faciès considéré ;
- Estimation des paramètres pétrophysiques locaux du faciès en utilisant le résultat des deux premières étapes.

La première étape suppose de pouvoir inverser de façon fiable les trois paramètres  $K.P_d$ ,  $V_f$  et  $m$  pour chaque cote de la zone à eau. L'algorithme utilisé à cette fin et présenté dans le chapitre 3 est l'algorithme d'optimisation *sqp*. Nous détaillerons dans la première partie de ce chapitre les principaux algorithmes d'optimisation qui auraient pu être utilisés. Nous étudierons ensuite la stabilité de l'inversion en utilisant l'algorithme *sqp* par rapport à l'itéré initial. Les performances de cet algorithme seront comparées avec l'algorithme *cmaes* qui est un algorithme n'utilisant pas l'information du gradient et nous discuterons enfin de la meilleur stratégie à adopter afin d'inverser chaque cote de la zone à eau.

Dans une seconde partie, nous lancerons le processus d'inversion sur un puits synthétique dont toutes les propriétés et lois pétrophysiques sont connues. Les mesures seront bruitées afin de prendre en compte l'incertitude liée aux outils dans le processus d'inversion. Le principal intérêt de ce test est de vérifier la stabilité de l'approche quant aux livrables d'inversion : lois WWJ et le paramètre  $\lambda$  moyen.

Enfin, nous reprendrons le cas d'étude 1.A et nous lancerons l'inversion de la zone à eau en utilisant, cette fois-ci, des saturations irréductibles estimées grâce, non pas la NMR, mais les saturations de la zone à hydrocarbure. Ce test permettra de discuter de l'importance du log NMR (rarement acquis) dans le cadre de l'inversion pétrophysique d'un faciès.

## 1. Etude de la stabilité de l'inversion pétrophysique

### 1.1 Survol des principaux algorithmes d'optimisation

Nous développons dans ce paragraphe une revue rapide des différents algorithmes d'optimisation à disposition. L'objectif n'est pas de présenter une liste exhaustive d'algorithmes mais plutôt de comparer les différentes classes existantes, avec leurs avantages et leurs inconvénients. Certains algorithmes seront appliqués au problème d'optimisation sur une cote. Une discussion s'ensuivra sur la meilleure stratégie à adopter afin de résoudre le problème d'optimisation particulier de l'inversion d'une cote de la zone à eau envahie par une boue à huile.

### 1.1.1 Méthodes basées sur le calcul du gradient

La grande majorité des algorithmes utilisés en optimisation sont des méthodes basées sur le calcul du gradient. Celui-ci peut être calculé de différentes manières : calcul de l'état adjoint, différentiation automatique ou approximation par différences finies. Cette dernière approche a été privilégiée dans le cadre de notre travail car elle est la plus souple d'utilisation. Elle peut cependant être sensible au bruit inhérent à la fonction coût. De plus, l'information portée par le gradient n'est qu'une information locale. Ainsi, de façon générale, les méthodes basées sur le calcul du gradient peuvent échouer à délivrer le minimum global de la fonction si celle-ci est multimodale. Les méthodes les plus connues sont les méthodes de type quasi-newton.

#### Méthodes quasi-Newton

Soit  $f$  la fonction à minimiser, la condition nécessaire de premier ordre pour obtenir un minimum de  $f$  s'exprime comme suit, en appelant  $\hat{x}$  un minimum de  $f$  :

$$\nabla f(\hat{x}) = 0 \quad (4.1)$$

Cette condition n'est pas suffisante, à moins que  $f$  soit convexe. Un point critique de  $f$  peut aussi être un maximum ou un point selle. La méthode la plus efficace pour résoudre ce problème est la méthode de Newton. Elle consiste à construire la suite des itérés  $(x_n)$  tel que :

$$\mathbf{H}^{(n)}(x_{n+1} - x_n) = -\nabla f(x_n) \quad (4.2)$$

Où  $\mathbf{H}^{(n)}$  est le hessien de  $f$  au point  $x^{(n)}$ . En définissant la direction  $\mathbf{d}_n = x_{n+1} - x_n$ ,  $\mathbf{d}_n$  est la solution du système linéaire défini par :

$$\mathbf{H}^{(n)}\mathbf{d}_n = -\nabla f(x_n) \quad (4.3)$$

Pour que le système soit bien défini, il faut que  $\mathbf{H}^{(n)}$  soit inversible. La direction  $\mathbf{d}_n$  ainsi obtenue est utilisée pour mettre à jour l'itéré courant  $x_n$ . La méthode de Newton est localement convergente, avec convergence quadratique, sous certaines conditions, notamment que le Hessien en la solution ne soit pas singulier. Elle possède toutefois des défauts importants (Kern, 2002): la convergence n'est pas globale, l'algorithme n'est pas défini aux points où le Hessien est singulier, l'algorithme ne génère pas nécessairement des directions de descente et il faut calculer le Hessien à chaque itération et ainsi résoudre le système linéaire (4.3). On peut obtenir une convergence globale de l'algorithme en utilisant des méthodes de recherche linéaire ou des régions de confiance dans le calcul de la direction de descente.

Pour ne pas à avoir à calculer le Hessien à chaque itération, coûteux numériquement, certaines méthodes dites de *quasi-Newton* utilisent à la place une matrice plus facile à calculer et pouvant présenter des propriétés intéressantes. Il existe différentes méthodes de ce type, la plus connue étant la méthode BFGS. Cette dernière consiste à approximer directement l'inverse du Hessien  $\mathbf{B}^{(n)}$  en utilisant l'équation sécante :

$$\mathbf{s}_n = \mathbf{B}^{(n)}\mathbf{y}_n \quad (4.4)$$

Avec  $\mathbf{s}_n = x_{n+1} - x_n$  et  $\mathbf{y}_n = \nabla f(x_{n+1}) - \nabla f(x_n)$ .

La matrice  $B$  peut être initialisée par la matrice identité et mise à jour grâce à la formule suivante à chaque itération :

$$B^{(n+1)} = \left( I - \frac{s_n y_n^T}{y_n^T s_n} s_n y_n^T \right)^T B^{(n)} \left( I - \frac{s_n y_n^T}{y_n^T s_n} s_n y_n^T \right) + \frac{s_n s_n^T}{y_n^T s_n} \quad (4.5)$$

Cette matrice étant directement une approximation du Hessien, le coût de la mise à jour reste faible à chaque itération.

### Introduction de contraintes

La méthode quasi-Newton permet l'optimisation de problèmes sans contrainte. Celle-ci doit être adaptée lorsque le problème est soumis à des contraintes. Dans notre cas, seules des contraintes de bord sont présentes. Il y a ainsi six contraintes d'inégalité pour chaque cote de la zone à eau à inverser. Le problème se présente alors sous la forme :

$$\min_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) \quad (4.6)$$

$$g_i(\mathbf{x}) \leq 0, i=1..n$$

$g_i$  est la contrainte  $i$  et  $n = 6$  si trois contraintes de bord sont présentes (trois contraintes inférieures et trois supérieures). Le Lagrangien de la fonction s'écrit alors :

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot g_i(\mathbf{x}) \quad (4.7)$$

Pour un problème d'optimisation soumis à des contraintes d'inégalité, les conditions nécessaires d'optimalité sont les conditions Karush-Kuhn-Tucker (KKT) et s'expriment de la façon suivante :

$$\nabla f(\hat{\mathbf{x}}) + \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot \nabla g_i(\hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{0} \quad (4.8)$$

$$\lambda_i \geq 0, i = 1..n$$

La solution des équations KKT sont à la base de nombreux algorithmes d'optimisation sous contrainte. Ces algorithmes utilisent souvent une méthode de type quasi-Newton afin de mettre à jour leurs itérés. Le plus populaire d'entre eux est l'algorithme *sqp* (Sequential Quadratic Programming) qui consiste à résoudre un sous problème quadratique linéaire à chaque itération de l'algorithme. Une explication détaillée de l'algorithme est donnée dans (Nocedal & Wright, 2006). Le sous problème à résoudre à chaque itération est construit en remplaçant  $f$  par son approximation quadratique :

$$f(\mathbf{x}) \approx f(\mathbf{x}_n) + \nabla f(\mathbf{x}_n)^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}_n) + \frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_n)^T \mathbf{H}f(\mathbf{x}_n) (\mathbf{x} - \mathbf{x}_n) \quad (4.9)$$

Où  $\mathbf{x}_n$  est l'itéré courant et  $\mathbf{H}f(\mathbf{x}_n)$  la matrice Hessienne de  $f$  au point  $\mathbf{x}_n$ . Les contraintes sont remplacées par leur approximation affine :

$$g(\mathbf{x}) \approx g(\mathbf{x}_n) + \nabla g(\mathbf{x}_n)^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}_n) \quad (4.10)$$

En notant  $B^{(n)}$  l'approximation de la matrice Hessienne pour l'itéré courant et  $d(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - \mathbf{x}^{(n)}$ , le sous problème quadratique à résoudre à chaque itération est :

$$\min_{d(\mathbf{x})} \nabla f(\mathbf{x}_n)^T d(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} d(\mathbf{x})^T B^{(n)} d(\mathbf{x}) \quad (4.11)$$

$$g(\mathbf{x}^{(n)}) + \nabla g(\mathbf{x}^{(n)})^T d(\mathbf{x}) \leq 0$$

L'algorithme *sqp* est également une méthode d'optimisation locale, qu'il est possible de globaliser en utilisant des techniques de recherche linéaire ou de région de confiance.

### 1.1.2 Algorithmes d'optimisation sans dérivée

Les algorithmes d'optimisation sans dérivée n'utilisent pas l'information du gradient. Ils ont été développés pour résoudre des problèmes d'optimisation de type boîte noire pour lesquels peu d'information est disponible, notamment celle sur le gradient. Cette catégorie d'algorithmes est généralement divisée en deux sous-groupes : les méthodes à bases de modèles approchés (« Model Based Methods ») et les méthodes de recherche directe (« Direct Search Methods »). Les algorithmes appartenant à ce premier sous-groupe approximent la fonction coût par des modèles approchés en l'évaluant à différents points comme pour les méthodes de régions de confiance ou d'interpolation sans dérivée présentées dans (Gratton *et al.*, 2010) et (Conn *et al.*, 2008).

Les méthodes de recherche directe explorent directement l'espace de recherche sans utiliser l'information du gradient ni de modèle approché. Parmi les méthodes les plus populaires, on notera les méthodes de type directionnel pour lesquelles un échantillonnage autour du point courant est effectué dans les directions définies dans un sous-espace particulier. Entrent aussi dans cette catégorie les algorithmes génétiques comme l'algorithme « Particle Swarm » (Kennedy & Eberhart, 1995), ceux basés sur des stratégies d'évolution (Hansen & Ostermeier, 2009) et les techniques de type « Branch and Bound » (Huyer & Neumaier, 2013).

Enfin, d'autres techniques utilisées dans le cadre de l'optimisation sans dérivée se basent sur des méthodes de lissage qui peuvent se combiner aux méthodes mentionnées ci-dessus et qui peuvent accroître la régularité de la fonction coût. On pourra trouver l'exemple de tels algorithmes dans (Chen *et al.*, 2013) et (Garmanjani & Vicente, 2013). Ce type de méthode n'est pas spécifique aux méthodes d'optimisation sans dérivée et peuvent également s'appliquer aux méthodes basées sur le calcul du gradient.

#### **Algorithme *cmaes***

Parmi les méthodes les plus connues pour résoudre les problèmes d'optimisation sans gradient, figure l'algorithme « Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy » décrit dans (Hansen & Ostermeier, 2009). Nous en avons donné la variante principale (algorithme 4.1).

Les principales étapes de l'algorithme sont les suivantes :

1. Une population de points est échantillonnée depuis une distribution normale de moyenne  $x_{mean}$  et de covariance  $\sigma^2 C$
2. La moyenne  $x_{moy}$  est ré-estimée à partir d'une recombinaison pondérée des  $\mu$  meilleurs points.
3. Les vecteurs de cumulation  $p_c$  et  $p_\sigma$  sont mis à jour
4. Les paramètres de la distribution  $C$  et  $\sigma$  sont mis à jour

Nous utilisons une version modifiée de l'algorithme afin de prendre en considération le problème des contraintes de bord (Diouane *et al.*, 2015).

$n$  : dimension du problème

$\lambda$  : taille de la population parents

$\mu$  : taille de la population enfants.  $\mu = \left\lfloor \frac{\lambda}{2} \right\rfloor$

$W$  : poids de recombinaison,

$$W = \left[ \ln\left(\frac{\lambda+1}{2}\right) - \ln(1), \ln\left(\frac{\lambda+1}{2}\right) - \ln(2), \dots, \ln\left(\frac{\lambda+1}{2}\right) - \ln(\mu) \right]^T$$

$\mu_w$  : variance effective

$$\mu_w = \frac{(\sum_{i=1}^{\mu} w_i)^2}{\sum_{i=1}^{\mu} w_i}$$

Paramètres de cumulation :  $c_c = \frac{4+\mu_w}{N+4+2\frac{\mu_w}{n}}$ ,  $c_\sigma = \frac{\mu_w+2}{n+\mu_w+5}$ ,  $c_1 = \frac{2}{(n+1.3)^2+\mu_w}$ ,

$$c_\mu = \min\left(1 - c_1, 2 \cdot \frac{\mu_w - 2 + \frac{1}{\mu_w}}{(n+2)^2 + \mu_w}\right), d_\sigma = 1 + 2 \cdot \max\left(0, \sqrt{\frac{\mu_w - 1}{n+1}} - 1\right)$$

**Initialisation** :  $x_{moy} \in R^n$ ,  $\sigma \in R$ ,  $C \in R^{n \times n}$ ,  $p_c, p_\sigma \in R^n$

**Tant que** « non convergence » **faire**

**Pour**  $i = 1 \dots \lambda$  **faire**

$$y_i \sim \mathcal{N}(0, C)$$

$$x_i \leftarrow x_{moy} + \sigma \cdot y_i$$

$$f_i \leftarrow f(x_i)$$

**fin**

$$x_{moy} \leftarrow \sum_{i=1}^{\mu} w_i x_{i:\lambda}$$

$$y_w \leftarrow \sum_{i=1}^{\mu} w_i y_{i:\lambda}$$

$$p_c \leftarrow (1 - c_c) \cdot p_c + \mathbf{1}_{\{\|p_\sigma\| < 1.5\sqrt{n}\}} \sqrt{1 - (1 - c_\sigma)^2 \cdot \mu_w \cdot y_w}$$

$$p_\sigma \leftarrow (1 - c_\sigma) \cdot p_\sigma + \frac{1}{\sigma} \sqrt{1 - (1 - c_\sigma)^2 \cdot \mu_w} C^{-\frac{1}{2}} y_w$$

$$C \leftarrow (1 - c_1 - c_\mu) \cdot C + c_1 p_c p_c^T + c_\mu \cdot \sum_{i=1}^{\mu} w_i y_{i:\lambda} y_{i:\lambda}^T$$

$$\sigma \leftarrow \sigma \cdot \exp\left(\frac{c_\sigma}{d_\sigma} \left(\frac{\|p_\sigma\|}{E\|\mathcal{N}(0,1)\|} - 1\right)\right)$$

**fin**

**Algorithme 4.1 : version standard de *cmaes***



## 1.2 Sensibilité de l'algorithme *sqp* par rapport au point de départ

Pour valider la stabilité de la solution apportée par l'algorithme *sqp*, un modèle synthétique a été réalisé. Celui-ci a été élaboré pour une porosité de 20 pu, un produit  $K \cdot P_d$  de 5 mD.atm, un volume de  $0.1 \text{ m}^3/\text{m}$  et un facteur de cimentation  $m$  de 2.2. Des diagraphies de résistivités ont été simulées à partir de ce modèle. Le point annulant la fonction coût est ainsi  $x_{true} = (\log(5), 0.1, 2.2)$ . L'objectif est d'étudier la sensibilité de la solution du problème d'optimisation à l'itéré initial de l'algorithme. Notre test consistera à vérifier si l'algorithme d'optimisation converge bien vers  $x_{true}$  à partir de différents points de départ. Ces derniers sont construits à partir des valeurs représentées dans le tableau 4.1 pour chaque paramètre.

$K \cdot P_d$ [md.atm]	$V_f$ [ $\text{m}^3$ ]	$m$
0.1	0.07	1.9
1	0.13	2.2
10	0.03	
100	0.16	

**Tableau 4.1 Paramètres correspondant aux trois degrés de liberté**

Le paramètre  $m$  peut s'étendre sur une gamme de valeurs assez réduite et est donc moins représenté que les deux autres paramètres. Il y a ainsi 32 différents points de départs possibles à partir du tableau 2 pour lesquels nous allons lancer l'optimisation. Le résultat de ces différents tests est représenté tableau 4.2.

$K \cdot P_d$ [mD.atm]	$V_f$ [ $\text{m}^3/\text{m}$ ]	$m$	Fonction coût	Norme du gradient	Nombre d'évaluations
0.1	0.07	1.9	19.23	1.10	58
0.1	0.07	2.2	39.48	0.0007	35
0.1	0.13	1.9	13.27	1.10	56
0.1	0.13	2.2	92.83	1.10	56
1	0.07	1.9	0.00	0.00	120
1	0.07	2.2	0.00	0.00	95
1	0.13	1.9	0.00	0.00	87
1	0.13	2.2	0.00	0.00	133
10	0.07	1.9	0.00	0.00	138
10	0.07	2.2	0.00	0.00	142
10	0.13	1.9	0.00	0.00	75
10	0.13	2.2	0.00	0.00	115
100	0.07	1.9	0.00	0.00	87
100	0.07	2.2	0.00	0.0002	127
100	0.13	1.9	0.00	0.0024	194
100	0.13	2.2	0.00	0.0005	100
0.1	0.03	1.9	13.32	1.31	102
0.1	0.03	2.2	2.43	13.72	182
0.1	0.16	1.9	9.20	1.10	56
0.1	0.16	2.2	8.73	1.10	96
1	0.03	1.9	0.00	0.0002	109
1	0.03	2.2	0.00	0.0005	101
1	0.16	1.9	0.00	0.0003	175
1	0.16	2.2	0.00	0.0052	164

$K.P_d$ [mD.atm]	$V_f$ [ $m^3/m$ ]	$m$	Fonction coût	Norme du gradient	Nombre d'évaluations
10	0.03	1.9	0.00	0.0015	113
10	0.03	2.2	0.00	0.0004	80
10	0.16	1.9	0.00	0.0030	130
10	0.16	2.2	0.00	0.0001	97
100	0.03	1.9	0.00	0.0021	130
100	0.03	2.2	0.00	0.0004	86
100	0.16	1.9	0.00	0.00	91
100	0.16	2.2	0.00	0.0038	134

Tableau 4.2 Résultats de l'optimisation avec les 32 points de départs différents.

On constate que l'algorithme converge vers la solution de référence dans tous les cas à l'exception de ceux pour lesquels le paramètre  $K.P_d$  est initialisé à 0.1 mD.atm, probablement à cause de minima locaux (cas 2 pour lequel la norme du gradient est quasiment nulle) ou d'un problème de convergence de l'algorithme (celui-ci peut ne pas trouver un bon pas lorsque le point courant est dans une région très éloignée de celle du minimum). Pour chacun de ces cas, la fonction coût est relativement élevée. Nous allons discuter ce point plus en détail dans le prochain paragraphe dans lequel nous comparerons cet algorithme basé sur le gradient avec l'algorithme sans gradient *cmaes*.

### 1.3 Comparaison entre méthode avec gradient (*sqp*) et méthode sans gradient (*cmaes*)

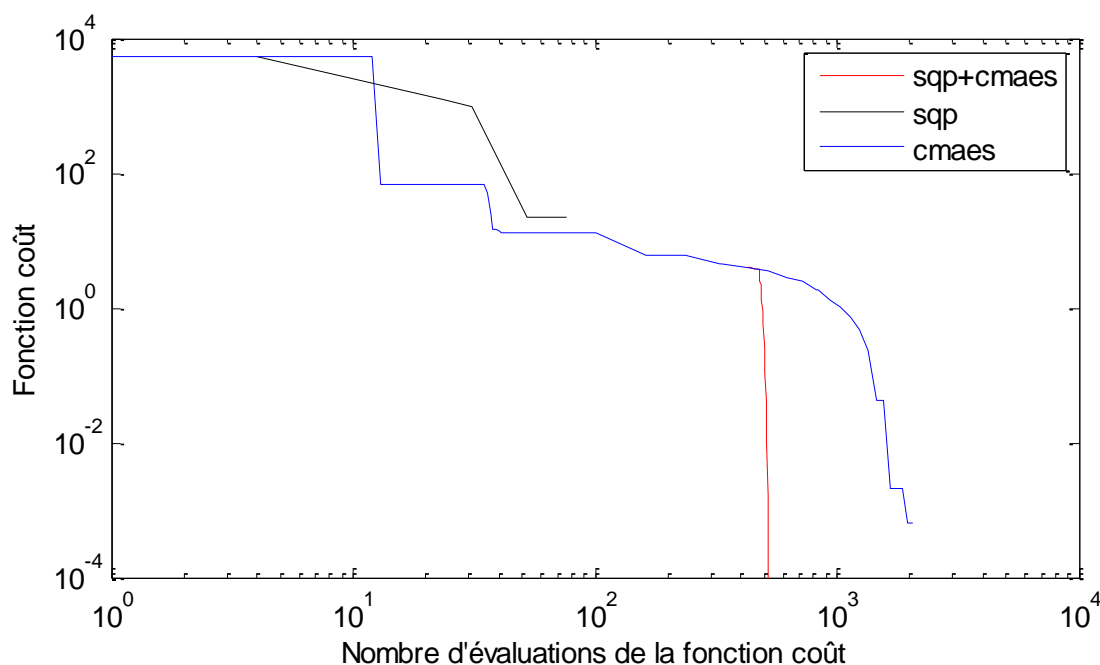
Dans le cas synthétique développé au paragraphe précédent, nous avons vu qu'il existait des points de départ pour lesquels l'algorithme *sqp* n'aboutissait pas à la bonne solution. Si ce phénomène se répétait trop souvent lors de l'inversion d'une zone à eau par exemple, cela pourrait fausser les lois WWJ dérivées et impacter l'estimation finale des paramètres. Il peut ainsi être intéressant de comparer les performances de l'algorithme *sqp* à celles d'une méthode globale et plus particulièrement sur les cas posant problème. De telles méthodes permettent d'obtenir le minimum global avec plus d'assurance qu'avec une méthode locale. Nous avons choisi d'appliquer l'algorithme *cmaes* pour optimiser la cote synthétique du paragraphe 1.2 en utilisant le point de départ  $x_0 = (\log(0.1), 0.13, 2.2)$  – point ayant la plus forte valeur de fonction coût lors des tests avec *sqp*. Les paramètres d'entrée utilisés sont les suivants :

$n$	3
$\lambda$	100
$\mu$	50

Tableau 4.3 Paramètre d'entrée utilisés pour l'algorithme *cmaes*

L'algorithme **cmaes** a convergé vers le minimum attendu, mais au prix d'un nombre d'évaluations de la fonction coût extrêmement important. La valeur de cette dernière en fonction du nombre d'évaluations au cours de l'exécution de l'algorithme est représenté en bleu figure 4.1. La majorité de la décroissance de la fonction se fait au cours des premières itérations de l'algorithme, puis de façon très lente jusqu'à l'obtention du minimum. Ce comportement est typique des algorithmes stochastiques sans calcul du gradient qui convergent généralement très progressivement. Une stratégie intéressante pourrait alors

être de coupler *cmaes* à un algorithme de type *quasi-newton* qui sont connus pour pouvoir converger plus rapidement. Nous avons représenté sur la même figure le comportement de l'algorithme *sqp* lorsqu'il est lancé à partir du point départ  $x_0$  ou à partir d'un point correspondant à la 15<sup>ème</sup> itération de l'algorithme *cmaes* en rouge. Pour rappel, l'algorithme *sqp* n'avait pas convergé par lui-même dans cette configuration mais a réussi à atteindre la solution très rapidement quand il vient en relais de *cmaes*.



**Figure 4.1 Evolution de la valeur de la fonction coût selon le nombre d'évaluations de la fonction durant l'exécution de l'algorithme d'optimisation pour 3 scénario différents : algorithme *sqp* seul, algorithme *cmaes* seul et combinaison de *sqp* et *cmaes*.**

#### 1.4 Stratégie de type *multi-start* pour l'inversion d'une cote de la zone à eau

Nous avons vu que l'algorithme *sqp* pouvait ne pas converger vers le bon minimum lorsque le point de départ est trop éloigné de la solution. Cependant, en combinant l'algorithme *cmaes*, qui explore au début de son exécution un vaste domaine de l'ensemble de recherche, à l'algorithme *sqp*, nous avons pu converger vers le bon minimum avec un coût bien moindre que l'algorithme *cmaes* seul. Aussi, en vue d'améliorer les performances globale de la recherche de solution tout en se préservant des minima locaux, a-t-on abandonné l'algorithme *cmaes* et proposons, en remplacement, d'explorer directement l'ensemble de l'espace de recherche à l'aide d'une stratégie de type *multi-start*.

L'espace de recherche est échantillonné de façon régulière et la fonction coût est évaluée en chacun de ces points. Le point de départ retenu pour l'optimisation avec l'algorithme *sqp* sera alors le point qui donne une valeur pour la fonction coût la plus faible possible. A titre indicatif, pour le cas synthétique pris en considération dans cette partie, avec le même échantillonnage qu'au paragraphe précédent pour le choix du point de départ, il y a 32 évaluations de la fonction coût pour différents points de départ et cent évaluations pour la bonne convergence de l'algorithme *sqp*. Le nombre d'évaluations totales nécessaires sera ainsi inférieur à celui demandé pour les algorithmes *cmaes* et *cmaes* + *sqp*. Cette stratégie pourra être employée sur plusieurs cotes représentatives de la zone à eau afin de choisir le meilleur point de

départ pour l'inversion de l'ensemble de l'intervalle d'étude. Elle pourra être de nouveau appliquée après une première inversion spécifiquement pour les cotes qui ont rencontré des problèmes de convergence.

## 2. Etude de la sensibilité de l'inversion pétrophysique

Après avoir analysé le comportement de l'optimiseur au regard de la stabilité du problème d'optimisation, nous cherchons à étudier dans cette partie la sensibilité de l'inversion quant à la recherche des grandeurs pétrophysiques qui nous intéressent. Pour ce faire, nous travaillerons avec un puits synthétique, dont les lois et paramètres pétrophysiques sont connus, d'abord pour la zone à eau puis pour la zone à hydrocarbure.

### 2.1 Présentation du puits synthétique

Le puits modèle est composé de 200 cotes dans la zone à eau et 132 cotes dans la zone à hydrocarbure. Les principales propriétés pétrophysiques de ce puits sont présentées figure 4.2 à 4.4 et nous donnons sous forme de tableau les quantiles des distributions suivies par ces propriétés :

	Quantile 5%	Quantile 25%	Quantile 50%	Quantile 75%	Quantile 95%
$\phi$ [V/V]	0.1661	0.2181	0.2517	0.2857	0.3390
$V_{cl}$ [V/V]	0.0581	0.0850	0.1027	0.1174	0.1553
$S_{wirr}$ [V/V]	0.0477	0.1369	0.2015	0.2674	0.3749
$\lambda$	1.2095	1.3745	1.5148	1.6152	1.7800

**Tableau 4.3 Quantiles des distributions des principales propriétés pétrophysiques du puits synthétique**

Le puits est constitué d'un seul facies qui est décrit par une loi de type WWJ :  $\log(K.P_d) = a_1 + a_2\phi + a_3V_{cl} + a_4S_{wirr}$ .

$a_1$	1
$a_2$	5
$a_3$	-2
$a_4$	-2

**Tableau 4.4 Loi WWJ choisie pour le puits synthétique**

Cette loi WWJ est supposée valide à un bruit gaussien près. Les facteurs  $K.P_d$  sont donc engendrés en ajoutant un bruit gaussien de moyenne nulle et de variance  $\sigma_{KP_d}$ . Nous avons pris ici  $\sigma_{KP_d} = 0.2$ , valeur comparable à ce qui a été observé pour le puits 1.A. Les facteurs  $K.P_d$  synthétiques ainsi obtenus sont comparés à la loi WWJ figure 4.3. De même, les perméabilités  $K$  et pressions de déplacement  $P_d$  sont obtenues en utilisant la relation 3.22 :  $\log K = b_0 + b_1 \cdot \log K.P_d$  et en y ajoutant un bruit gaussien de moyenne nulle et de variance  $\sigma_K$ , avec  $\sigma_K = 0.4$ .

Les diagraphies de résistivités ainsi que les saturations dans la zone à hydrocarbure peuvent ensuite être simulées à partir de ces paramètres synthétiques. Le modèle utilisé pour cette simulation est celui décrit au chapitre 3. Ces mesures sont bruitées afin de prendre en compte l'incertitude inhérente aux outils diagraphiques pour les mesures de résistivité et à l'interprétation pour les saturations.

Enfin, il faut noter qu'un bruit gaussien de moyenne nulle et de variance  $\sigma_{S_{wirr}}$  a été ajouté aux saturations irréductibles vraies, représentées sur l'histogramme de la figure 4.2 afin de prendre en compte l'incertitude propre liée à l'outil NMR, et ce, lorsque les saturations irréductibles sont utilisées pour l'inversion de la zone à eau et de la zone à hydrocarbure.

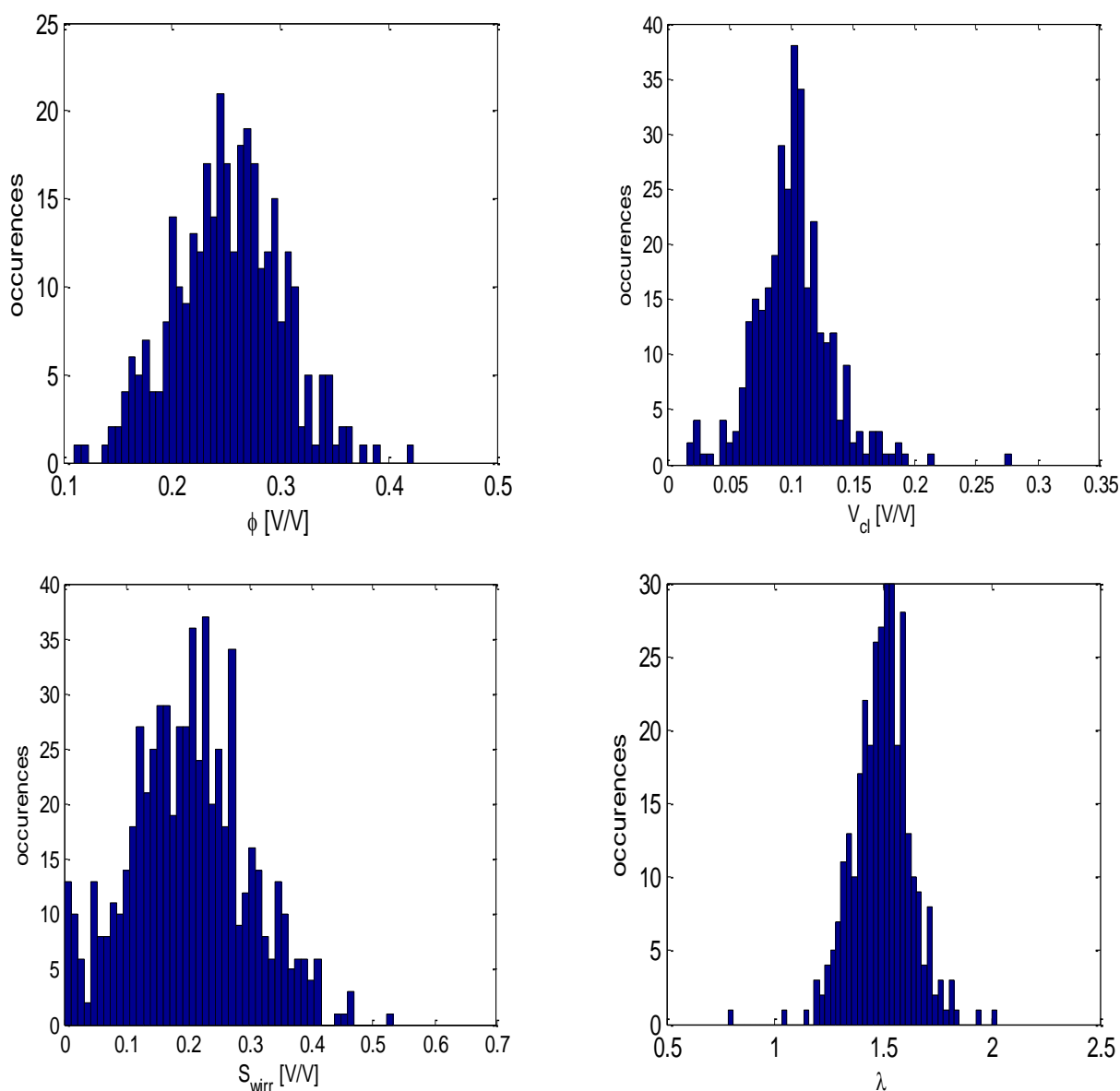


Figure 4.2 Occurrences des paramètres pétrophysiques du puits synthétique

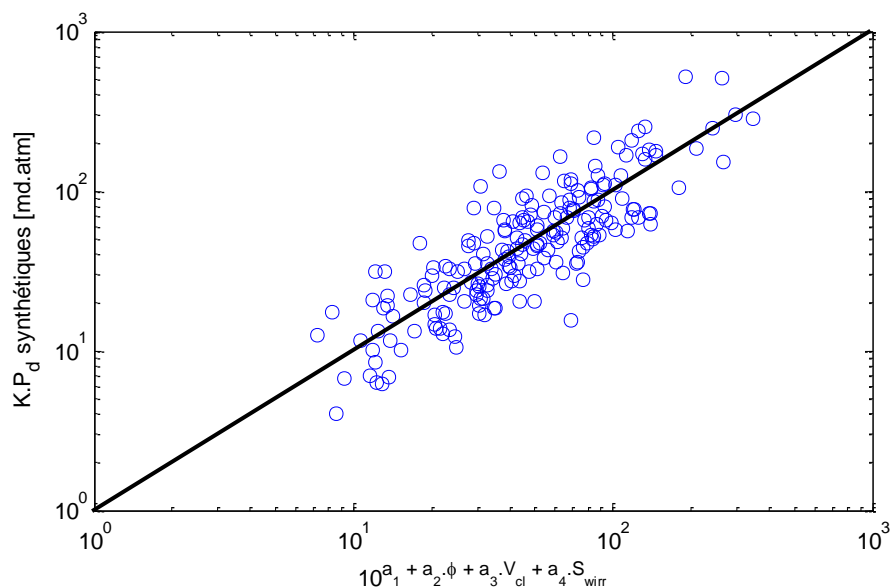


Figure 4.3 Paramètres  $K.P_d$  vrais comparés à la loi WWJ décrivant le comportement du faciès

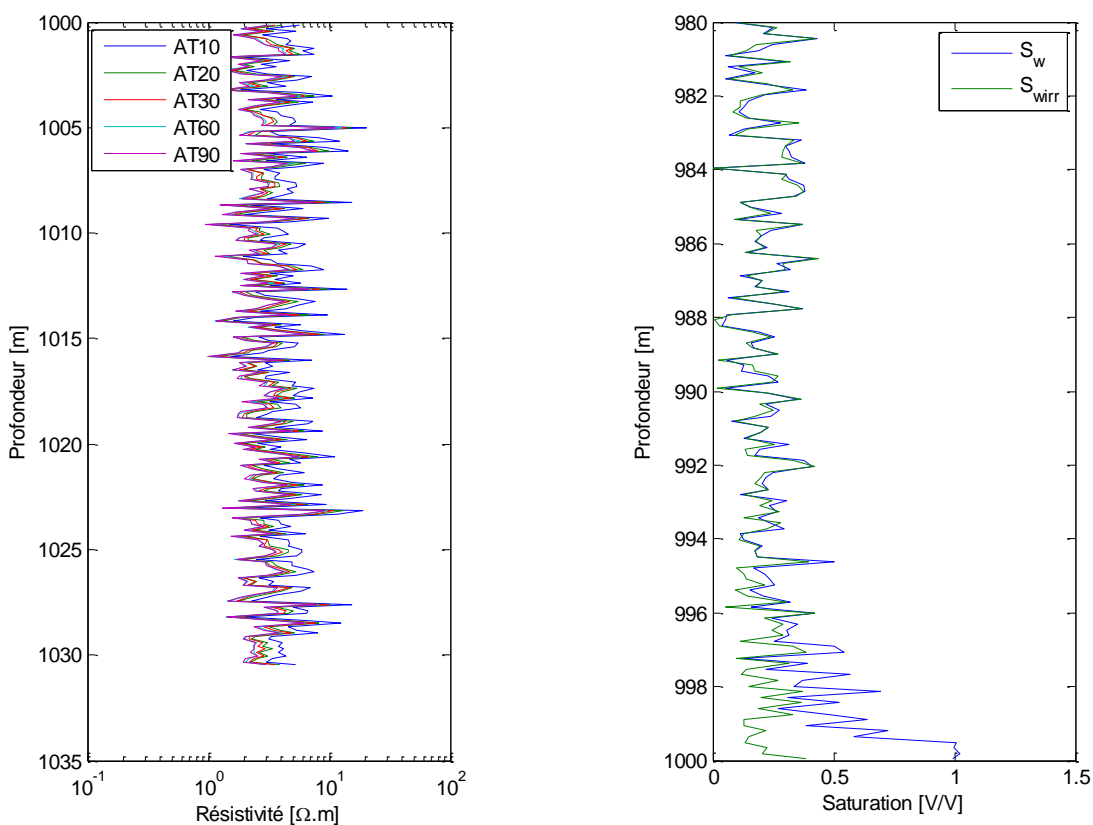
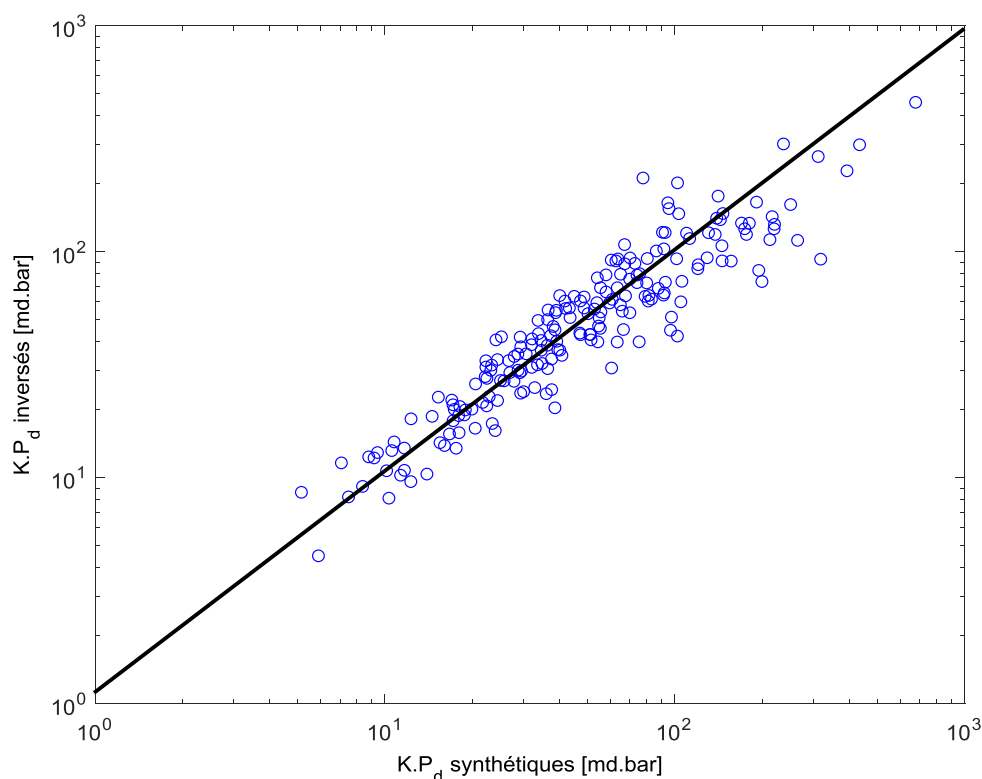


Figure 4.4 A gauche, diagraphies de résistivités simulées dans la zone à eau et, à droite, saturation en eau (bleu) et saturation irréductible (vert) dans la zone à hydrocarbure

## 2.2 Résultats de sensibilité de l'inversion pétrophysique zone à eau

Les deux cent cotes de la zone à eau du puits synthétique ont été inversées en employant la méthode décrite au chapitre 3. Pour une cote  $i$ , le point de départ a été choisi systématiquement à  $x_0 = (\log(K.P_{d_i}), 0.1, 2.2)$ , où  $K.P_{d_i}$  est le facteur  $K.P_d$  vrai pour la cote  $i$ . Le point de départ est ainsi volontairement choisi proche de la solution attendue, l'objectif de ce test étant principalement de tester la résilience de l'inversion au bruit de mesure sur les diagraphies de résistivités et non pas les performances de l'optimiseur déjà testées à la partie précédente.

Les résultats inversés en termes de facteurs  $K.P_d$  sont comparés aux valeurs synthétiques à la figure 4.5 où l'on constate une très bonne corrélation ( $R^2=0.86$ ). Le résultat de ce test indique que le processus d'inversion développé n'est pas chaotique : des mesures bruitées ne provoquent pas de perturbation trop grande des paramètres inversés.



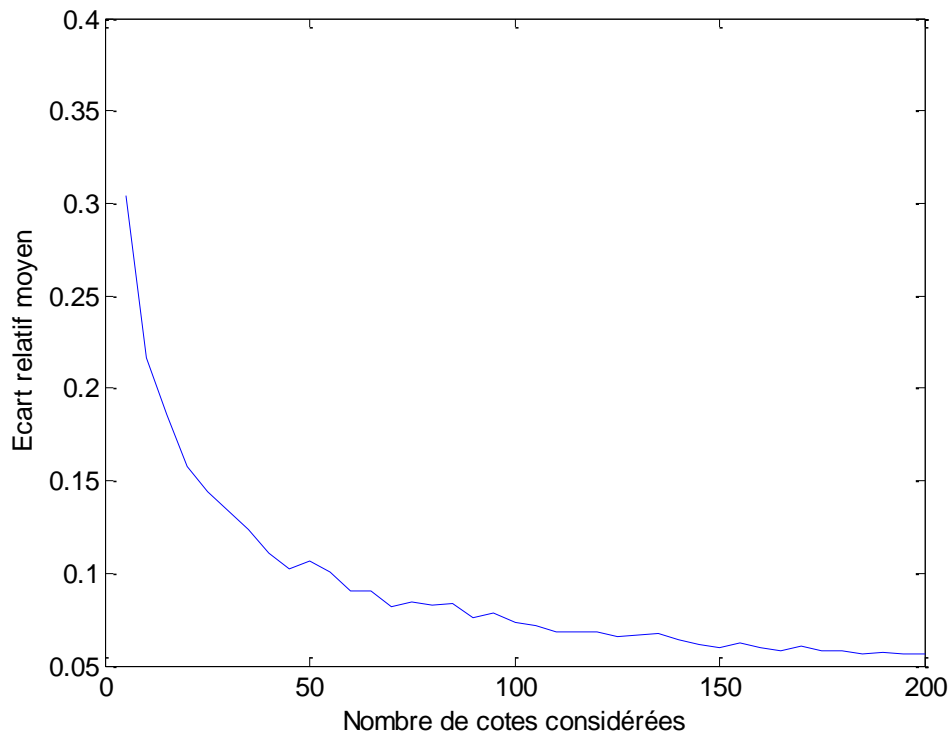
**Figure 4.5 Comparaison entre facteurs  $K.P_d$  inversés et facteurs  $K.P_d$  synthétiques**

Dans un deuxième temps, les paramètres inversés de la loi WWJ sont présentés sur le tableau suivant (colonne 3) à côté des paramètres attendus (colonne 2).

$a_1$	1	0.89
$a_2$	5	5.43
$a_3$	-2	-2.20
$a_4$	-2	-1.83

**Tableau 4.5 Loi WWJ vraie (au milieu) et loi WWJ inversée (à droite)**

Outre la bonne cohérence globale des paramètres issus d'une inversion complète bruitée sur l'ensemble des 200 cotes, un test complémentaire a été réalisé visant à comparer la loi WWJ dérivée de l'inversion avec le modèle synthétique, et ce, en fonction du nombre de cotes considérées pour l'inversion. Le résultat de ce test est représenté figure 4.6. Pour le cas synthétique développé ici, il faut une quarantaine de cotes (soit un intervalle de 6 m d'épaisseur) pour que l'erreur relative entre la loi inversée et la loi WWJ vraie soit inférieure à 10% et une dizaine (soit 1,5 m d'épaisseur) pour qu'elle soit inférieure à 20%. **Un nombre assez réduit de cotes dans la zone à eau peut donc suffire à donner des lois stables et représentatives de type WWJ avec une bonne capacité prédictive.** L'enjeu majeur de l'inversion concerne donc plutôt la représentativité de la zone à eau en termes pétrophysiques que son épaisseur intrinsèque (mêmes faciès présents dans les zones à eau et à hydrocarbure).



**Figure 4.6 Ecarts relatifs moyens entre  $K.P_d$  obtenus par la loi WWJ inversée et  $K.P_d$  dérivés de la loi WWJ synthétique en fonction du nombre de cotes considérées pour l'inversion**



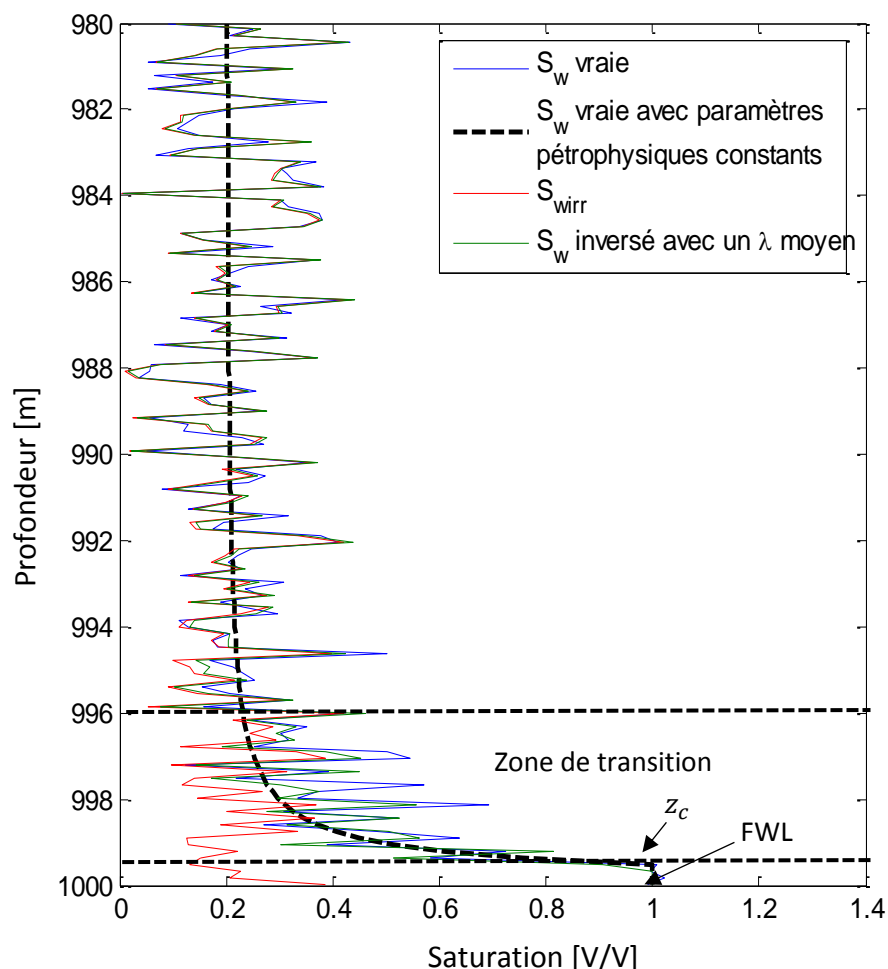
### 2.3 Résultats de sensibilité de l'inversion pétrophysique zone à hydrocarbure

Il convient à présent de mettre à l'épreuve la seconde étape du processus d'inversion, à savoir l'inversion en zone à hydrocarbure, permettant d'obtenir l'exposant capillaire  $\lambda$  moyen d'un faciès.

Le modèle synthétique de zone à hydrocarbure avec ses saturations et saturations irréductibles est représentée figure 4.7. Les saturations ont été simulées avec un paramètre  $\lambda$  moyen de 1.5 ce qui aboutit à une zone de transition assez fine, environ 4 mètres, entre les cotes 1000 m et 996 m. Cette configuration permet ainsi de tester l'inversion dans des conditions réalistes et plutôt contraignantes. La méthode utilisée pour inverser est la même que celle présentée au chapitre 3. Les deux inconnues sont la hauteur d'eau libre et le paramètre  $\lambda$  moyen du faciès. La loi WWJ obtenue dans l'inversion de la zone à eau (3<sup>ème</sup> colonne du tableau 4.5) est utilisée pour le calcul de  $P_d$  à chaque cote. Le  $\lambda$  moyen estimé est alors de 1.65, ce qui correspond à erreur relative de 10% au regard de la valeur attendue, et ce, malgré la faible épaisseur de l'intervalle d'inversion (4 m).

Nous avons fait ressortir les différents profils de saturation verticaux figure 4.7. Nous pouvons notamment constater que l'information permettant d'estimer le paramètre  $\lambda$  est contenue essentiellement dans la zone de transition. Au-dessus de cette zone, saturations, saturations irréductibles et saturations inversées sont naturellement toutes confondues. Aucune information concernant le paramètre  $\lambda$  ne peut en être extraite dans la mesure où  $\lambda$  représente la courbure des courbes de pression capillaire. Pour illustrer ce fait, nous avons représenté en ligne pointillée le profil de saturation vertical correspondant aux paramètres pétrophysiques moyens de la zone à hydrocarbure. On note que la saturation devient rapidement constante au-dessus de la zone de transition.

La présence d'une zone de transition nette au pied de la colonne à hydrocarbure est donc indispensable afin d'obtenir une estimation fiable du facteur  $\lambda$  moyen pour un faciès. En pratique, disposer d'un tel intervalle pour chaque faciès relève plus de l'exception que de la règle (par exemple, absence de réservoir aux cotes du contact entre eau et hydrocarbure). De fait, le facteur limitant relatif à l'estimation du facteur capillaire n'est pas l'inversion en elle-même mais l'existence, pour chaque faciès, d'une zone de transition exploitable. En son absence, il sera nécessaire de développer d'autres stratégies d'inversion. Nous présentons un exemple sur un cas d'application au chapitre suivant en intégrant d'autres sources de données.



**Figure 4.7 Saturations sur une zone à hydrocarbure synthétique. En bleu : la saturation vraie. En rouge : la saturation irréductible vraie. En vert : la saturation inversée avec un  $\lambda$  moyen. En pointillés : la saturation vraie obtenue en prenant la moyenne des paramètres pétrophysiques pour l'intervalle hydrocarbure.**

On tire des résultats précédents que la présence d'une zone de transition est indispensable à l'estimation du paramètre  $\lambda$  mais que son épaisseur n'est pas un élément extrêmement limitant. De fait, pour un faciès donné, le problème se pose désormais sous les termes suivants : quelle probabilité a-t-on de trouver le faciès positionné convenablement au regard du contact eau-hydrocarbure? Dit autrement, quelle part de la zone de transition contribue le plus à l'estimation du paramètre  $\lambda$  ? A cet effet, deux tests ont été développés. Le premier consiste à choisir un intervalle de 5 cotes successives (soit une épaisseur d'environ 75 cm) en haut de la zone de transition, lancer l'inversion sur l'intervalle, puis faire coulisser le segment d'une cote vers le bas de proche en proche. Nous avons répété le procédé jusqu'à ce que l'intervalle atteigne le bas de la zone de transition. L'écart relatif entre le paramètre  $\lambda$  inversé et le  $\lambda$  vrai pour chacune des configurations a ainsi été évalué. Le résultat est représenté en bleu figure 4.8, en fonction de

la distance du centre de l'intervalle vis-à-vis du contact (FWL). L'inversion a donné de bons résultats, avec un écart relatif globalement inférieur à 20%, lorsque l'intervalle est à moins de 2 mètres du niveau d'eau libre. Cette distance correspond à 50% de l'épaisseur de la zone de transition. Cette information peut être d'une grande aide pour conditionner les approches traditionnelles de calage diagraphique sur profils Pc afin de savoir s'il est possible d'obtenir une bonne estimation du paramètre  $\lambda$  à partir de la zone à hydrocarbure. **Il semble qu'il suffise un intervalle relativement fin (dans ce cas 75 cm soit 15% de l'épaisseur de la zone de transition) présent dans la moitié inférieure de cette zone et donc proche du point de contact**, afin d'obtenir une estimation fiable du paramètre  $\lambda$ .

Il est toutefois possible d'obtenir une meilleure estimation de  $\lambda$  si nous disposons par ailleurs de contrainte sur la position du contact. Le niveau d'eau libre peut généralement être estimé à l'aide des mesures de pression, à une incertitude près. En supposant que cette incertitude soit gaussienne, on a :

$$FWL = FWL_{ref} + \epsilon_{FWL} \quad (4.12)$$

Avec :

$$\epsilon_{FWL} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{FWL}^2) \quad (4.13)$$

Le problème à résoudre serait alors :

$$\min_{x=(\lambda, FWL)} \|h_{hc}(x) - y_{hc}\|_{R_{hc}}^2 + \frac{1}{\sigma_{FWL}^2} \|FWL - FWL_{ref}\|^2 \quad (4.14)$$

Le terme  $\frac{1}{\sigma_{FWL}^2} \|FWL - FWL_{ref}\|^2$  est là pour représenter l'information *a priori* sur le niveau d'eau libre  $FWL$  et peut être considéré comme un terme de régularisation. L'information *a priori* peut également se présenter sous la forme d'une estimation de la cote du point de contact :

$$z_c = z_{c_{ref}} + \epsilon_{z_c} \quad (4.15)$$

Où  $z_{c_{ref}}$  est l'estimation de la cote du point de contact eau/hydrocarbure et  $\epsilon_{z_c}$  l'incertitude associée, qu'on suppose aussi gaussienne :

$$\epsilon_{z_c} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{z_c}^2) \quad (4.16)$$

A la cote correspondant au point de contact, la pression capillaire est égale à la pression de déplacement  $P_{d|z_c}$ .  $FWL$  et  $P_{d|z_c}$  sont donc reliés par :

$$P_{d|z_c} = (\rho_w - \rho_{hc})g(z_c - FWL) \quad (4.17)$$

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 3,  $P_{d|z_c}$  est déterminé par la connaissance de  $\lambda$  à une incertitude près :

$$P_{d|z_c} = P_{d_{ref}|z_c}(\lambda) + \epsilon_{P_d} \quad (4.18)$$

Avec :

$$\epsilon_{P_d} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{P_d}^2) \quad (4.19)$$

L'estimation *a priori* du niveau d'eau libre  $FWL$  est alors donnée par :

$$FWL = \frac{P_{dref}|_{z_c}(\lambda)}{(\rho_w - \rho_{hc})g} + z_{cref} + \epsilon \quad (4.20)$$

Avec :

$$\epsilon \sim \mathcal{N}\left(0, \sqrt{\frac{\sigma_{p_d}^2}{(\rho_w - \rho_{hc})^2 g^2} + \sigma_{\epsilon_{zc}}^2}\right) \quad (4.21)$$

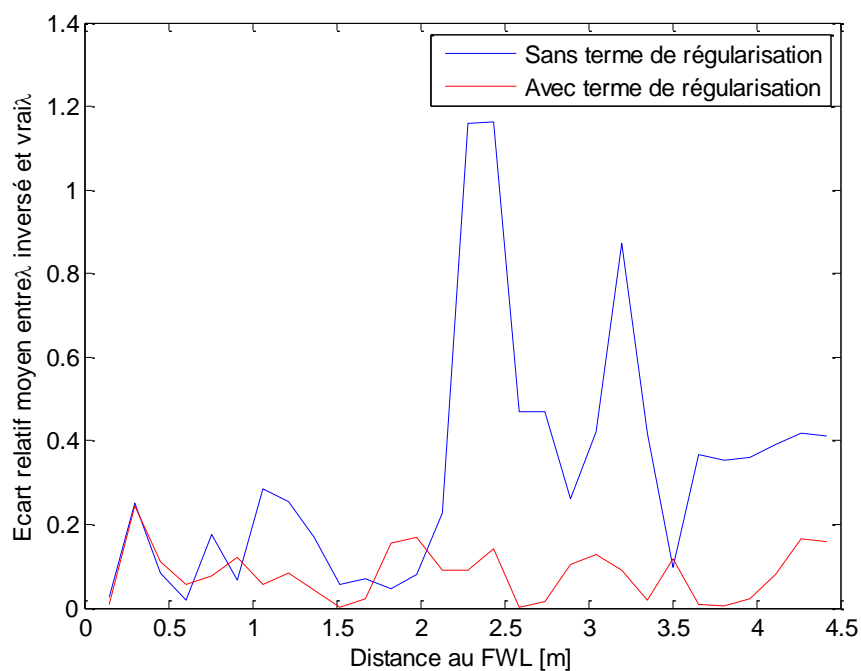
Le problème à résoudre serait alors :

$$\min_{x=(\lambda, FWL)} \|h_{hc}(x) - y_{hc}\|_{R_{hc}}^2 + \frac{1}{\frac{\sigma_{p_d}^2}{(\rho_w - \rho_{hc})^2 g^2} + \sigma_{\epsilon_{zc}}^2} \left\| FWL - \frac{P_{dref}|_{z_c}(\lambda)}{(\rho_w - \rho_{hc})g} + z_{cref} \right\|^2 \quad (4.22)$$

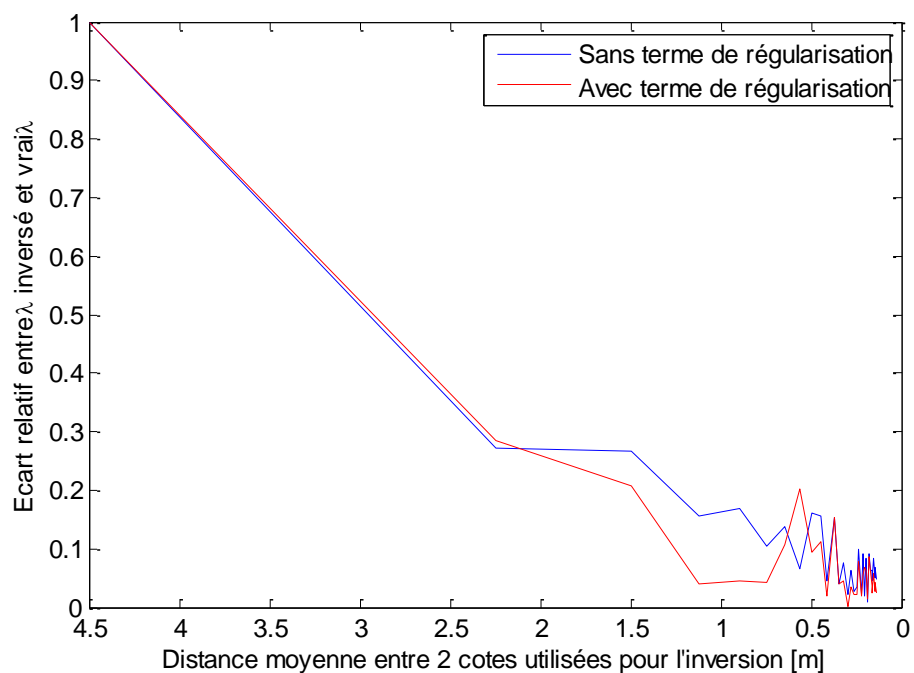
Nous avons testé cette dernière version suivant le même protocole que celui décrit plus haut, avec un *a priori* sur la cote du contact  $z_c$ . Le résultat est représenté en rouge figure 4.8. On constate que, peu importe la position de l'intervalle par rapport au niveau d'eau libre  $FWL$ , l'écart relatif entre  $\lambda$  inversé et vrai  $\lambda$  est faible, globalement inférieur à 20%. Cela confirme les conclusions obtenues : l'information nécessaire pour obtenir une bonne estimation du paramètre  $\lambda$  moyen pour un faciès se trouve proche du point de contact. **Avoir un *a priori* sur la position de cette cote peut donc grandement aider à l'inversion du niveau d'eau libre  $FWL$  et du paramètre  $\lambda$ .** On peut noter ici que la zone de transition est assez fine, d'une épaisseur d'environ 4.5 mètre, ce qui correspond à un faciès de bonne qualité. La position du point de contact  $z_c$  y est alors très visible à l'aide des seules saturations dérivées des diagraphies, l'incertitude étant alors seulement due à l'épaisseur d'une cote, correspondant à 0.1524 m. Le paramètre correspondant au paramètre de régularisation  $\frac{1}{\frac{\sigma_{p_d}^2}{(\rho_w - \rho_{hc})^2 g^2} + \sigma_{\epsilon_{zc}}^2}$  sera alors élevé et l'importance du terme

de régularisation sera grande, ce qui peut compenser le manque d'information portée par le premier terme du fait de la finesse de la zone de transition. A l'inverse, si la zone de transition est épaisse, alors l'incertitude relative à la position du point de contact sera élevée et donc le paramètre de régularisation faible. Le premier terme sera alors prépondérant, celui-ci portant l'essentiel de l'information du fait de l'épaisseur de la zone de transition.

Nous avons enfin réalisé un second test, qui consiste à évaluer la distance moyenne nécessaire entre deux cotes de la zone de transition afin d'avoir une bonne estimation du paramètre  $\lambda$ . Nous avons d'abord pris les deux extrémités de la zone de transition, puis rajouté des points au fur et à mesure jusqu'à ce que la zone de transition soit complètement discrétisée. Le résultat en terme d'écart relatif entre  $\lambda$  inversé et  $\lambda$  vrai, avec ou sans paramètre de régularisation, est représenté figure 4.9. L'écart relatif est inférieur à 10% pour une distance moyenne entre cotes de 0.5 mètre et à 20% pour une distance de 1 mètre. L'apport du terme de régularisation est assez marginale, bien qu'il permette une meilleure convergence lorsque la distance moyenne entre cotes est supérieure à 1 mètre. Ce test nous renseigne sur l'épaisseur minimale doivent posséder les bancs d'une zone de transition lorsqu'une inversion de type géométrique est effectuée (voir chapitre 2) afin de garantir une bonne estimation du paramètre  $\lambda$ . **Dans, ce cas, elle doit être d'environ 0.5 mètre, ce qui correspond à environ 10% de l'épaisseur totale de la zone de transition.**



**Figure 4.8** Ecart relatif entre  $\lambda$  inversé et  $\lambda$  moyen en fonction de la distance au FWL. En bleu sans terme de régularisation et en rouge avec terme de régularisation



**Figure 4.9** Ecart relatif entre  $\lambda$  inversé et  $\lambda$  vrai en fonction de la distance moyenne entre 2 cotes utilisées pour l'inversion. En rouge avec terme de régularisation et en bleu sans terme de régularisation

### 3. Sensibilité aux saturations irréductibles

Jusqu'à présent, le paramètre de saturation irréductible a toujours été estimé indépendamment du processus d'inversion via une source externe de données (interprétation des diagraphies NMR). Cependant, l'acquisition de ce type de diagraphie n'est pas toujours garantie et il peut se présenter de nombreux cas pour lesquels cette mesure manque. La saturation irréductible étant un paramètre pour lequel les inversions sont assez sensibles, il est important de pouvoir fixer ou contraindre ce paramètre. (Buckles, 1965) proposa une méthode empirique pour obtenir une estimation des saturations irréductibles. Porosité et saturations irréductibles seraient reliées de la façon suivante :

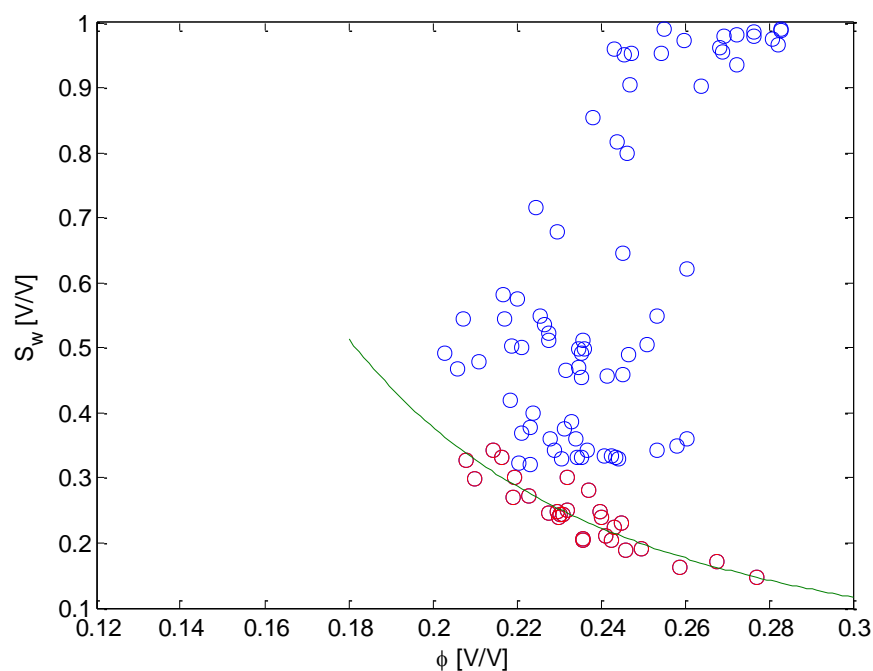
$$\phi \cdot S_{wirr} = C \quad (4.23)$$

Où  $C$  est une constante pour chaque type de roche. La qualité pétrophysique de la roche serait d'autant meilleure que la constante est faible. La relation précédente peut être affinée en introduisant un exposant à la porosité afin de se donner plus de liberté dans le calage des saturations irréductibles. La saturation irréductible peut ainsi être estimée de la façon suivante :

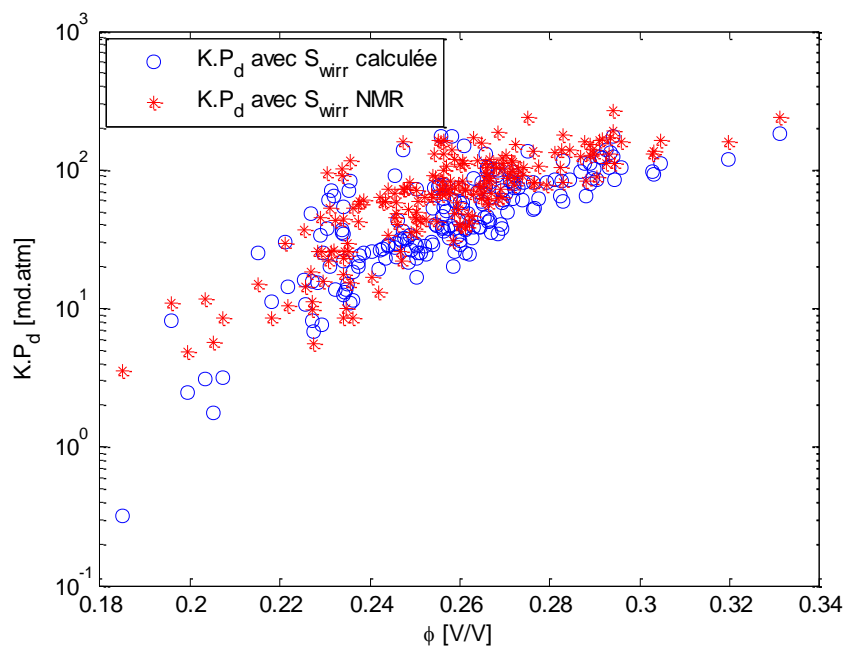
$$S_{wirr} = \frac{C}{\phi^b} \quad (4.24)$$

Cette contrainte étant posée, la principale difficulté consiste alors à identifier les zones pour lesquelles la saturation dérivée des résistivités est suffisamment proche de la saturation irréductible pour permettre un apprentissage. L'exposant de cimentation  $m$  ayant peu d'impact sur la saturation en sommet de colonne, un apprentissage sur les résultats bruts de saturation peut être envisagé. La figure 4.10 présente pour le cas d'application du puits 1.A les saturations déduites des résistivités en fonction des porosités d'un même faciès dans la zone à hydrocarbure. Les points rouges représentent les points en sommet de colonne et pour lesquelles se dessine une relation hyperbolique entre saturations et résistivités. En assimilant ces saturations aux saturations irréductibles, il est possible d'estimer les coefficients  $C$  et  $b$  de la relation 4.10. Pour ce cas, nous avons obtenu ( $R^2=0.83$ )  $C = 3.6 \cdot 10^{-3}$  et  $b = -2.9$ . La relation ainsi obtenue est représentée sur la figure en vert. L'intervalle 1.A étant un faciès épais et assez homogène, l'estimateur de  $S_{wirr}$  est applicable à l'ensemble des cotes de l'intervalle, que ce soit dans la zone à hydrocarbure ou dans la zone à eau.

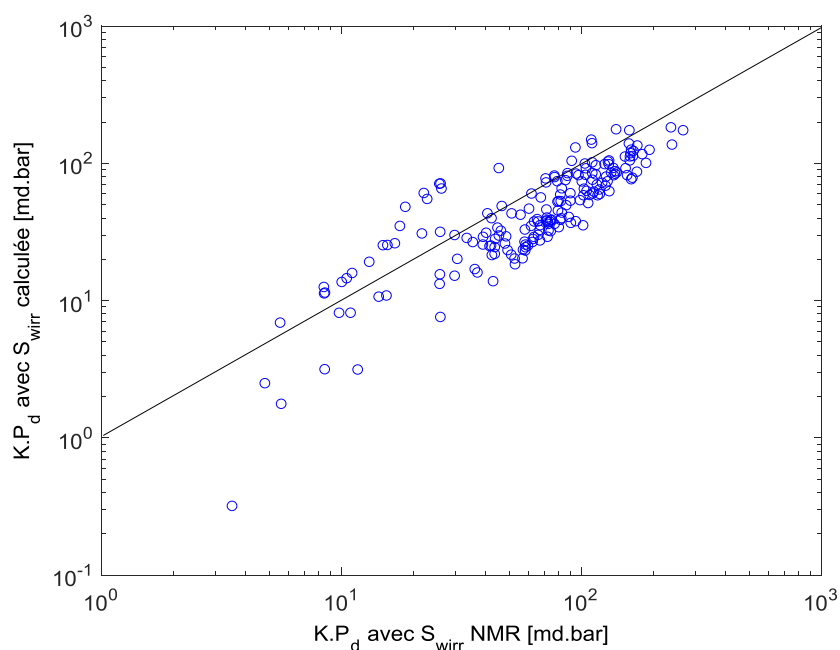
L'inversion de l'invasion dans la zone à eau peut ensuite être menée sans avoir recours à la diagraphie NMR mais en intégrant les saturations irréductibles obtenues par l'estimateur de Buckles. Les résultats en termes de facteurs  $K \cdot P_d$  sont alors comparés avec ceux inversés en utilisant la saturation irréductible NMR aux figures 4.11 et 4.12. Les résultats sont globalement satisfaisants et proches quelque soit la méthode. Cependant, on constate que les  $K \cdot P_d$  obtenus via les saturations irréductibles estimées sont globalement inférieurs à ceux liés à la NMR. Ce comportement provient d'une surestimation des saturations irréductibles par l'estimateur. Ce dernier a en effet été ajusté sur les saturations en sommet de colonne à hydrocarbure. Toutefois, comme toute grandeur asymptotique, la saturation réelle ne fait que surestimer la saturation irréductible, d'où le biais de construction constaté sur l'estimateur de Buckles. Il faudrait pour ce faire introduire dans l'apprentissage des facteurs de pondération fonction de la distance au contact et diriger la régression non pas sur le comportement moyen mais plutôt sur un quantile. Pour plus de pertinence, les poids et facteurs d'apprentissage peuvent être ajustés sur un cas donné disposant d'une mesure NMR et exploités ensuite sur tous les puits dépourvus de cette diagraphie.



**Figure 4.10** Saturations en fonction de la porosité dans la zone à hydrocarbure. En rouge les points en sommet de colonne, considérés comme proches de la saturation irréductible. En vert la relation entre saturation irréductible et porosité obtenue par régression pour les cotes rouges



**Figure 4.11** Comparaison des  $K.P_d$  inversés avec la saturation irréductible calculée à partir de lois type Buckles et avec la saturation irréductible NMR en fonction de la porosité effective



**Figure 4.12 Comparaison entre  $K.P_d$  inversés à partir de la saturation irréductible issue de loi type Buckles et avec NMR**

## 4. Conclusion

Ce chapitre traite de la sensibilité des différentes composantes du processus global d'inversion présenté au chapitre 3. Pour le cas de l'inversion d'une cote de la zone à eau par une boue à huile, nous proposons une stratégie de type multi-start pour mener à bien l'optimisation. La fonction coût est évaluée à différents points couvrant l'intervalle de recherche et l'algorithme d'optimisation *sqp* est lancé au point correspondant au minimum de ces évaluations. Cette stratégie peut être appliquée une première fois pour quelques cotes de l'intervalle afin de trouver le meilleur point de départ global pour l'ensemble de la zone à eau, puis une seconde fois pour traiter les cotes qui n'ont pas réussi à être optimisées au cours de la première inversion.

Dans un deuxième temps, la robustesse de l'inversion sur un puits synthétique a été discutée. Nous avons pu observer une bonne fiabilité des résultats d'inversion en lois WWJ dès lors que le nombre de cotes prises en considération devient supérieure à 10% de l'intervalle d'étude, soit pour notre cas d'étude une zone à eau d'environ 6 mètres d'épaisseur minimum. L'enjeu majeur concerne la bonne représentativité de la zone à eau au regard des faciès d'intérêt de la zone à hydrocarbure.

Enfin, l'inversion conditionnée d'une zone à eau à partir des saturations irréductibles estimées sur une zone à hydrocarbure aboutit à des résultats comparables à ceux obtenus avec la NMR à condition de disposer d'un intervalle hydrocarbure suffisamment conséquent. La diagraphie NMR ne semble donc pas indispensable dans le cadre de l'inversion pétrophysique mono-faciès mais assure fiabilité et cohérence des résultats, notamment pour conditionner l'apprentissage des saturations irréductibles pour d'autres puits. Le processus global d'inversion qui a ici été mis à l'épreuve ne traite que du cas mono-faciès, le chapitre suivant indique comment les configurations multi-faciès sont traitées dans notre approche.



## CHAPITRE 5 : EXTENSION DE LA METHODE VERS UNE INVERSION MULTI-FACIES

Le processus d'inversion décrit au chapitre 3 a été développé pour résoudre le comportement pétrophysique d'un faciès, homogène et présent à la fois dans une zone à eau et dans une zone à hydrocarbure. Un tel champ d'application est au final assez limité et retire son caractère généralisable à l'approche. Nous présentons dans ce dernier chapitre une série de tests d'inversion complémentaires appliqués à deux autres cas d'étude. Le premier est un cas tiré du même puits qu'au chapitre 3 mais présentant une hétérogénéité texturale plus marquée. Le second est un intervalle composé de deux faciès aux comportements pétrophysiques bien distincts. Nous allons ainsi démontrer les performances du processus d'inversion et présenter les adaptations pratiques qui ont dû être apportées afin de prendre en compte l'originalité pétrophysique des deux puits et généraliser l'approche.

### 1. Cas d'application 1.B : Inversion pétrophysique sur un faciès hétérogène

L'inversion pétrophysique développée dans le cadre de notre étude nécessite une invasion par le filtrat de boue bien marquée et qui soit capturée par les diagraphies de résistivités. Cette condition est fréquemment remplie dans des intervalles réservoirs épais et peu argileux, comme pour le cas d'étude 1.A. Cependant, il peut être très intéressant d'appliquer notre méthode pour prédire les propriétés pétrophysiques et dynamiques dans des faciès plus difficiles à caractériser et qui ont peu de chance d'être échantillonnés (carottes ou plugs latéraux), comme des intervalles réservoirs fins ou très argileux. Le cas d'étude 1.B est une autre zone réservoir du puits 1, d'épaisseur inférieure à 20 m, contenant en moyenne 20% d'argile et composée de niveaux laminés. Il présente également une zone à eau et à hydrocarbure traversées par le même faciès. La figure 5.1 est une planche présentant les principales caractéristiques de ce cas d'étude.

Comme précédemment, l'inversion a été lancée avec un  $\lambda$  unique sur les 4.5 mètres de la zone à eau envahie par la boue à huile. Les résultats en termes de  $K.P_d$  inversés sont représentés figure 5.2. Pour  $\lambda = 1.5$ , les coefficients  $a_i$  de la relation WWJ obtenues sont ( $R^2 = 0.71$ ,  $\log(K.P_d) = a_1(\lambda) + a_2.\phi + a_3.V_{cl} + a_4.S_{wirr}$ ):

$a_1$	1.621
$a_2$	3.332
$a_3$	-1.709
$a_4$	-0.826

**Tableau 5.1** – Coefficients WWJ obtenus par inversion de la zone à eau de l'intervalle 1.B sur une zone de 4.5 m d'épaisseur.

Le nombre de cotes à notre disposition pour cet intervalle, relativement faible (30 cotes), amène à s'interroger sur la pertinence du résultat ainsi obtenu. A cet effet, une comparaison avec les résultats du cas 1.A est présentée figure 5.3. Cette comparaison est faite pour un même paramètre  $\lambda$  dans les deux cas qui n'est pas nécessairement le  $\lambda$  moyen représentatif du faciès.

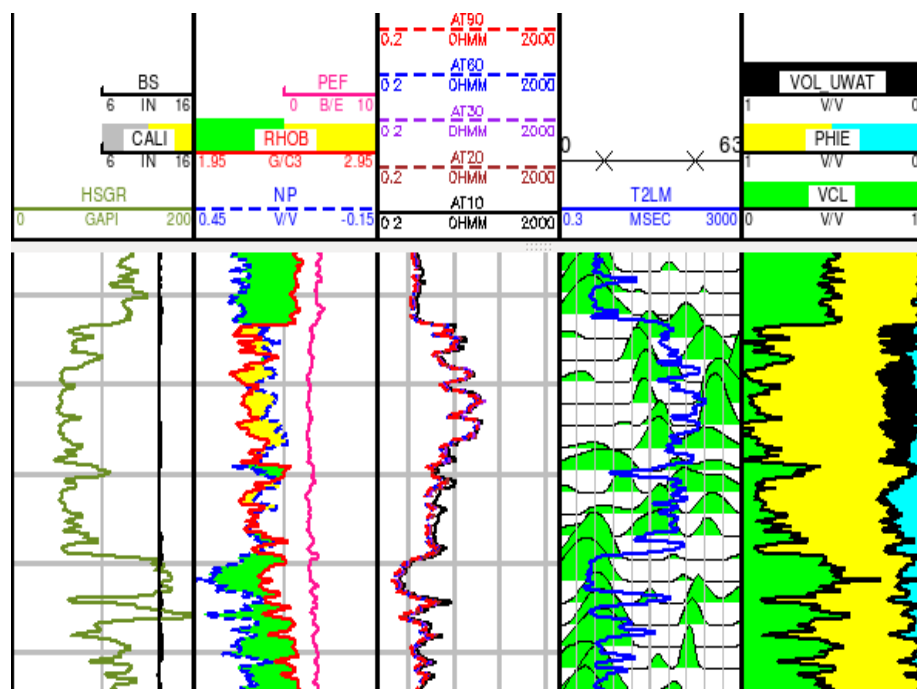


Figure 5.1 Caractéristiques du puits 1.B- Echelle verticale : 10 m entre chaque division

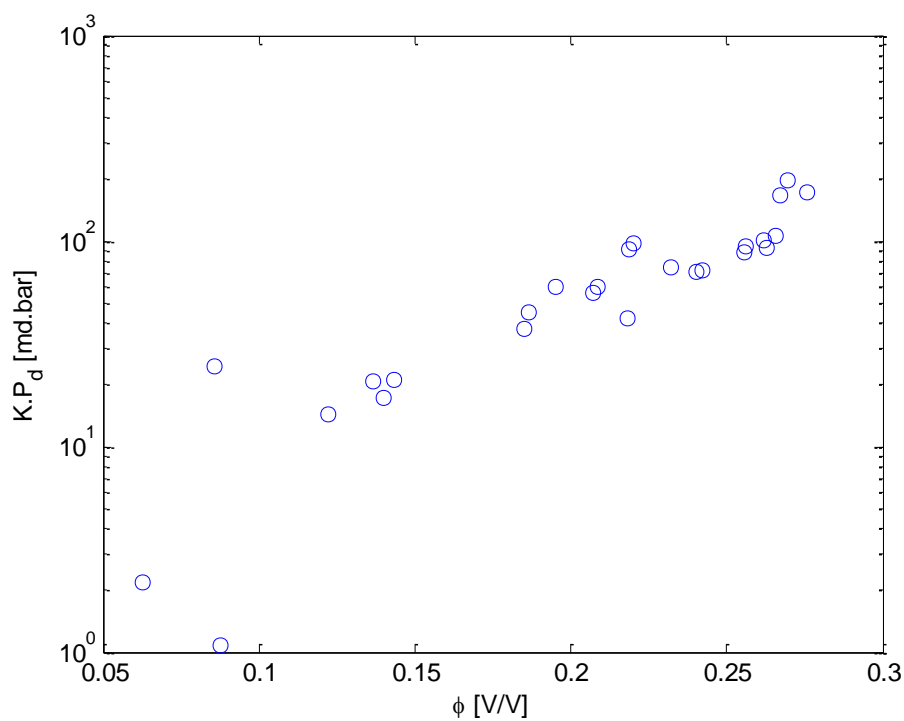
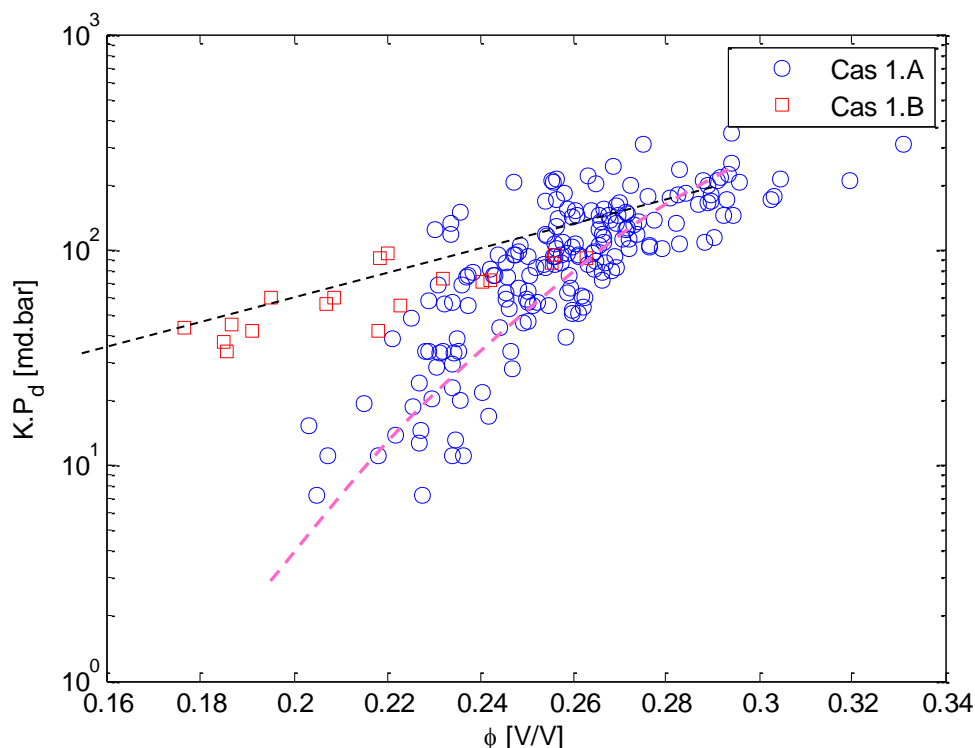


Figure 5.2  $K.P_d$  inversés en fonction de la porosité effective



**Figure 5.3  $K.P_d$  inversés dans la zone à eau pour un  $\lambda$  unique en fonction de la porosité effective pour les deux intervalles du puits 1 : le cas 1.A est l'intervalle épais présenté au chapitre 3 et le cas 1.B l'intervalle fin assez argileux testé dans ce chapitre. En rose : la tendance moyenne en terme de  $K.P_d$ - $\phi$  pour le cas 1.A et en noir la tendance pour le cas 1.B**

Des propriétés comparables sont estimées pour une porosité supérieure à 25 p.u. mais une nette divergence apparaît pour les porosités inférieures. Ce comportement peut s'expliquer par un  $\lambda$  moyen différent pour chacun des deux intervalles, ou des perméabilités et/ou pressions de déplacement supérieures au cas 1.A.

L'inversion de la zone à hydrocarbure est alors nécessaire afin de pouvoir choisir le bon scénario. La procédure est la même que celle décrite au paragraphe 3.5.1 et les résultats en terme de saturations inversées sont représentés figure 5.4. On peut constater que l'intervalle est ici plus hétérogène qu'au cas 1.A. Certaines cotes sont très argileuses avec d'importantes saturations irréductibles. La saturation inversée obtenue entre X820 et X810 m avec un  $\lambda$  moyen est par ailleurs cohérente avec la saturation dérivée des résistivités, en particulier dans la zone de transition. Cependant, un écart plus important se manifeste entre X804 et X810m (marque verte). Différentes raisons peuvent expliquer ce comportement : des paramètres Archie non adaptés (en particulier pour le facteur de saturation  $n$ ) ou un changement de faciès au dessus de la cote X810 m (l'inversion devant alors être réalisée en parallèle sur deux faciès différents au lieu d'un seul).

La procédure d'inversion décrite au chapitre 3 et résumée figure 3.33 a alors été appliquée sur ce cas d'étude ; les perméabilités inversées dans la zone à hydrocarbure sont ensuite comparées aux deux

mesures de perméabilité obtenues en laboratoire (side wall cores aux cotes X809 et X814.5 m), figure 5.5. Ces deux mesures sont comprises dans le nuage de perméabilités inversé. Cependant, l'inversion indique deux comportements distincts sur le graphique  $k - \phi$  (lignes pointillées noires et vertes) qui ne peuvent être observées à l'aide des seules mesures laboratoire du fait du biais d'échantillonnage. Une des tendances, représentée par la ligne pointillée verte, correspond notamment à l'intervalle au dessus de la cote X810m qui délimite un sous faciès au comportement pétrophysique distinct (surligné en vert dans la figure 5.4) . Ce résultat illustre le caractère hétérogène de l'intervalle 1.B manifestant un comportement dégradé en termes dynamique. De telles propriétés n'apparaissent pas sur la base des seules données volumétriques (porosité par exemple).

Cette dernière conclusion est par ailleurs cohérente avec les résultats obtenus en termes de pressions capillaires. Les  $\lambda$  inversés convergent autour d'une valeur de 0.7 pour l'intervalle compris entre X810 et X820 m et 0.4 pour la zone verte entre X802 et X810m. Les pressions capillaires inversées aux cotes où ont été prélevés les plugs sont ensuite comparées aux mesures laboratoire, figure 5.6. Les résultats d'inversion calent en apparence les données laboratoire. Cependant, pour illustrer la problématique d'échelle, deux courbes ont été ajoutées sur cette figure : la pression capillaire moyenne obtenue pour chaque sous-faciès au-dessus et en dessous de la cote X810 m. La pression capillaire inversée à X815m (en bleu) est très proche de la pression capillaire moyenne du sous-faciès bas tandis que le résultat pour la pression capillaire à X809 m (en rouge), bien que reproduisant la donnée plug, ne cale pas la valeur moyenne de l'intervalle du haut. On notera que ces différences ne s'expliquent pas par la dispersion des résultats puisque les pressions capillaires mesurées ont bien été capturées localement par l'inversion pétrophysique. La valeur à X809 m n'est simplement pas représentative du comportement pétrophysique moyen du sous-faciès haut qui se caractérise par un fort niveau d'hétérogénéité. Dit autrement, la mesure locale (plug) n'est pas caractéristique du comportement moyen de l'intervalle vu par l'inversion pétrophysique. De plus, le plug étant très proche de la frontière des deux sous faciès, à X810 m, les propriétés pétrophysiques à cette cote peuvent ne pas être précisément estimées par l'inversion des diagraphies qui ont une résolution verticale de l'ordre du mètre. Ce fait illustre un des aspects de l'inversion pétrophysique : elle capture les propriétés dynamiques et pétrophysiques à l'échelle du puits, tout en étant sensible aux effets de bord pouvant survenir à la frontière de deux zones aux comportements pétrophysiques distincts.

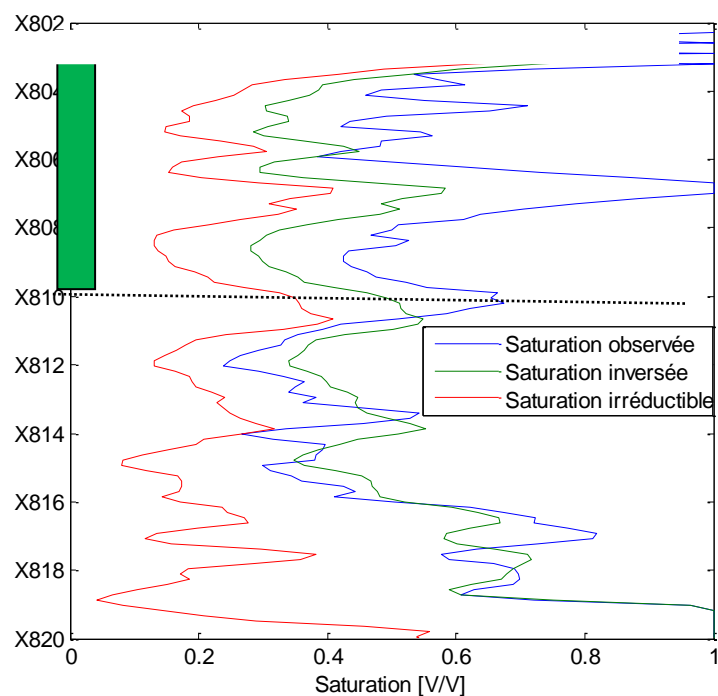


Figure 5.4 Saturations inversées (en vert) et obtenues par interprétation des résistivités (en bleu) ainsi que la saturation irréductible obtenue par NMR (en rouge)

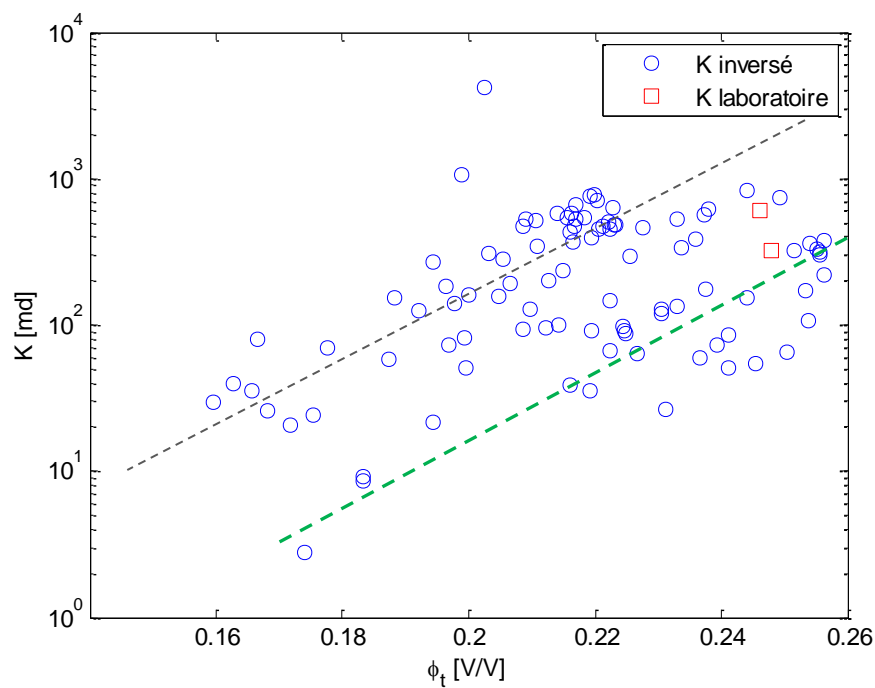
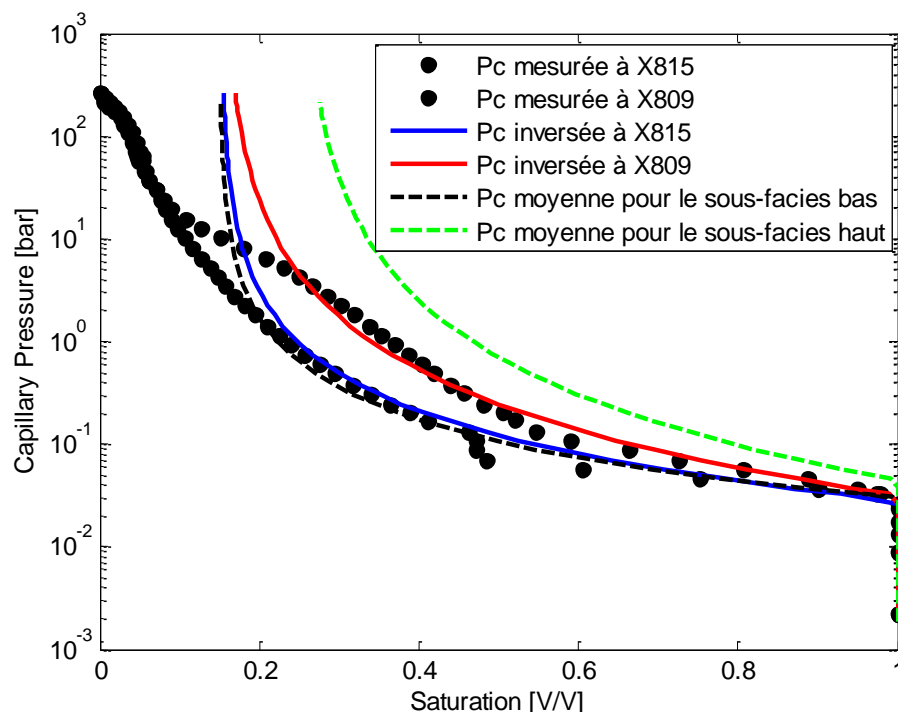


Figure 5.5 Perméabilités inversées dans la zone à hydrocarbure (points bleus) par rapport à la porosité totale, comparées aux perméabilités mesurées en laboratoire (carrés rouges).



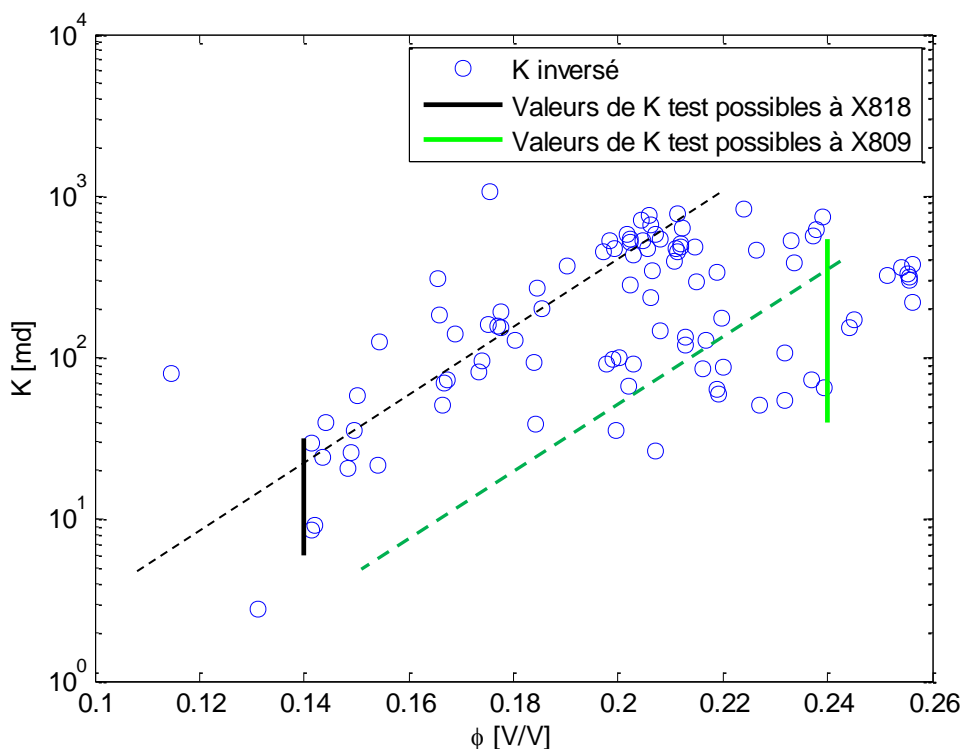
**Figure 5.6 Pressions capillaires inversées pour les cotes X815 (en bleu) et X809 (en rouge), avec les pressions capillaires mesurées en laboratoire sur les plugs acquis aux mêmes cotes (points noirs), pressions capillaires moyennes pour les deux sous faciès (ligne pointillée verte pour l'intervalle W804-X810 et noire pour X810-X820)**

Pour aller plus loin sur le problème de mise à l'échelle, au lieu de comparer les perméabilités inversées avec les mesures effectuées sur plugs, les résultats sont représentés au regard des perméabilités obtenues par l'interprétation de deux mini-tests effectués aux cotes X809 et X818 m (figure 5.7). Du fait des incertitudes élevées sur l'épaisseur dynamique des bancs impactant l'interprétation en perméabilité des transitoires de pression, les perméabilités des mini-tests sont représentées par un intervalle de valeurs possibles plutôt que par une valeur ponctuelle.

Les deux mesures mini-tests mettent de nouveau en évidence la présence de deux sous faciès dynamiques sur l'intervalle.

- Pour la cote X818 m, l'intervalle de perméabilités possibles coïncide avec la tendance observée sur les perméabilités inversées dans le sous faciès bas (ligne pointillée noire). Cette tendance correspond au continuum de perméabilités inversées dans le cas de l'étude 1.A : le mini-test est effectuée dans une zone argileuse au comportement pétrophysique dégradé mais en continuité avec la tendance du sous-faciès bas (la perméabilité n'excède pas 32 mD alors qu'elle est une décade plus haute dans les zones sans argile).
- En revanche, la mesure de perméabilité du second mini test à la cote X809 correspond quant à elle à un faciès différent, dont le comportement se situe dans un autre continuum. Ce comportement a également été capturé par l'inversion au travers d'une tendance de perméabilité distincte (ligne pointillée verte).

Nos résultats d'inversion sont globalement cohérents avec les propriétés dynamiques grande échelle (l'échelle des mini-tests) du fait de la résolution verticale des outils de résistivités. Ces derniers capturent le comportement d'invasion sur une résolution de l'ordre du mètre compatible avec l'investigation des mini tests (profondeur d'investigation d'environ 10 m radialement pour des intervalles compris entre 2 et 10 m). En conclusion, les propriétés pétrophysiques obtenues par inversion des diagraphies sont des estimateurs moyennés à l'échelle puits des grandeurs dynamiques. La cohérence entre perméabilités inversées et perméabilités mini tests illustre par ailleurs que l'échelle d'hétérogénéité du cas d'étude 1.B se situe entre celle des plugs et des mesures de résistivités.



**Figure 5.7 Perméabilités inversées à l'intérieur de la zone à hydrocarbure en fonction de la porosité (points bleus) ainsi que les intervalles de valeurs possibles pour les perméabilités acquises sur les mini-test (traits verticaux noirs et verts)**

## 2. Cas d'application 2: Inversion pétrophysique multi-faciès

### 2.1 Présentation du cas d'étude

Le puits 2 est un exemple de cas d'application composé de deux faciès nettement contrastés. Les porosités varient entre 5 et 20%. Le premier faciès a de bonnes perméabilités (10-100 mD) tandis que le second a des perméabilités moindres (0.1-10 mD). L'intervalle d'étude comprend une zone à eau et une zone à hydrocarbure. Les deux faciès ne sont pas distribués de façon homogène dans l'intervalle : le faciès 1 est majoritairement présent dans la zone à hydrocarbure tandis que le faciès 2 l'est majoritairement dans la zone à eau. Toutefois, nous pouvons trouver quelques cotes du faciès 1 dans la zone à eau et des cotes

du faciès 2 dans la zone à hydrocarbure. L'approche consistant à utiliser le résultat de la zone à eau pour inverser la zone à hydrocarbure est donc applicable mais avec une forte asymétrie.

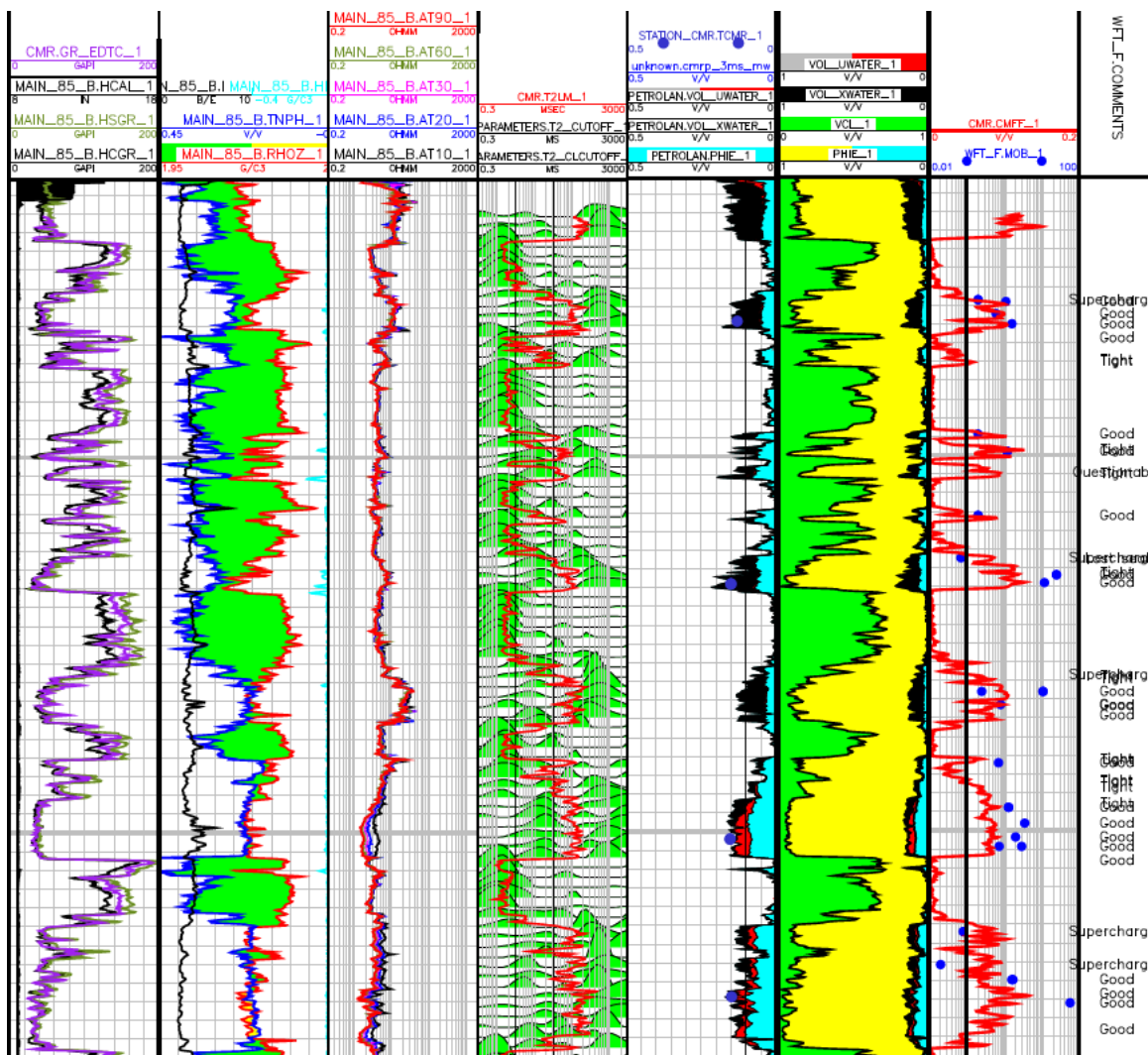


Figure 5.8 Caractéristiques du puits 2- Echelle verticale : 5 m entre chaque division

## 2.2 Résultats d'inversion

### 2.2.1. Inversion de la zone à eau

L'inversion de la zone à eau a été lancée en suivant le même protocole que celui décrit dans le chapitre 3. Comme pour ce cas, les saturations irréductibles sont estimées grâce à une interprétation NMR et un  $\lambda$  unique a été choisi afin de mener à bien l'inversion. Les résultats en termes de volume de filtrat, de  $K.P_d$  et de facteurs de cimentation  $m$  inversés sont représentés figures 5.9 à 5.12. En ce qui concerne les volumes de filtrat, on constate, comme pour le cas d'étude 1.A, une légère corrélation entre volumes inversés et porosités effectives. Cela confirme que le volume de filtrat de boue ayant pénétré la formation, et donc la dynamique de construction du mud cake, est lié à la qualité pétrophysique de la formation. Toutefois, l'hétérogénéité observée indique que ce lien ne joue qu'au second ordre, la dynamique de



formation du mud cake étant avant tout dépendante des paramètres de boue qui ont été décrits au chapitre 2, sur lesquels demeurent trop d'incertitudes afin de pouvoir être exploités dans l'inversion pétrophysique.

La valeur ajoutée de ce cas d'étude apparaît lorsqu'on regarde les résultats en termes de facteurs de formation et de  $K.P_d$  inversés. Le comportement bi-faciès de ce puits y est alors très visible. Pour les facteurs de formations, deux tendances émergent : une autour d'un facteur de formation obtenu par un  $m$  moyen de 2.5 et une autre pour un  $m$  de 2.2. Ce résultat confirme le caractère bi-faciès du puits dans la mesure où le facteur de formation est intimement lié à la tortuosité du réseau de pores (voir chapitre 1). Nous avons appelé faciès 1 le faciès correspondant au  $m$  moyen de 2.5 et faciès 2 celui à 2.2. Notons enfin que l'interprétation traditionnelle ne tenant pas compte de l'invasion ne peut faire de distinction entre faciès de comportements dynamiques différents. De fait, une valeur globale de 2.3 pour  $m$  a été utilisée pour être valide dans la plus large gamme de cas possibles. C'est donc logiquement que ce paramètre se retrouve compris entre le  $m$  du faciès 1 et celui du faciès 2. L'inversion pétrophysique, basée sur l'invasion de filtrat de boue, moyenne dynamiquement les propriétés topologiques du milieu.

Quant aux facteurs  $K.P_d$ , on note de façon similaire que le faciès 1 se distingue du faciès 2. Sur la figure 5.11 représentant les  $K.P_d$  inversés par rapport aux saturations irréductibles, les points correspondant au faciès 1 évoluent suivant une tendance linéaire sur une échelle semi-logarithmique qui se trouve au-dessus de la tendance autour de laquelle s'agglomèrent les points du faciès 2. Cette différence de comportement est également visible lorsqu'on regarde le graphique  $K.P_d - \phi$ , bien que les tendances qui y émergent soient plus grossières qu'en Swirr. Cela suggère que, contrairement au cas d'étude 1.A, les perméabilités sont pilotées au premier ordre par la saturation irréductible et non par la porosité. De plus, dans ce cas, les paramètres  $K.P_d$  inversés n'ont pas montré de lien de corrélation avec les volumes d'argiles  $V_{cl}$ . La loi de type WWJ utilisée dans ce cas est donc de la forme :  $\log(K.P_d) = a_1 + a_2 \cdot \phi + a_3 \cdot S_{wirr}$ . Les paramètres des lois WWJ pour chacun des faciès sont exposés au tableau 5.2 (dans ce cas, le paramètre  $\lambda$  a été fixé à une valeur arbitraire de 1) et le calage des lois avec les paramètres inversés figure 5.13.

Coefficient	Faciès 1	Faciès 2
$a_1$	0.76	-0.38
$a_2$	4.05	4.35
$a_3$	-2.80	-2.92
$R^2$	0.41	0.44

**Tableau 5.2** – Coefficients WWJ obtenus par inversion pour chacun des deux faciès détectés dans la zone à eau

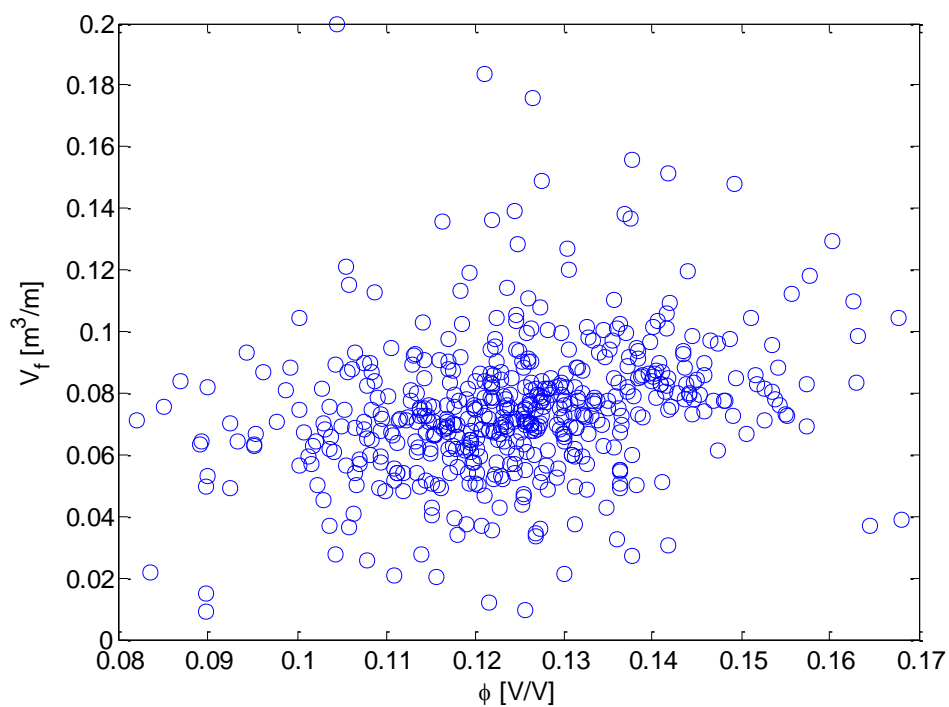


Figure 5.9 Volume de filtrat inversé par rapport à la porosité effective

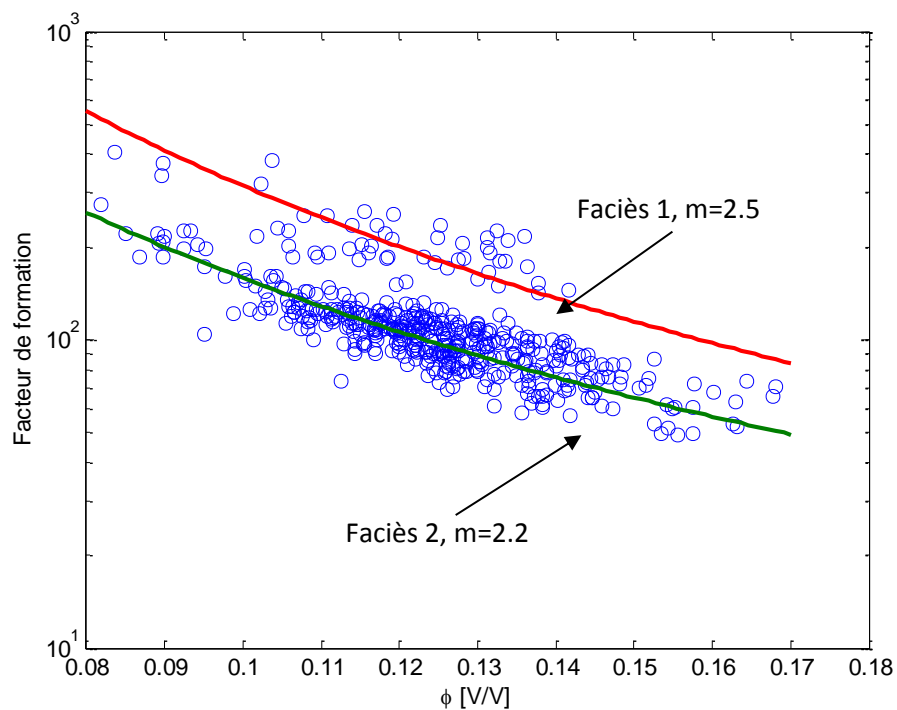


Figure 5.10 Facteurs de formation inversés dans la zone à eau (points bleus). La ligne rouge correspond au  $m$  moyen du faciès 1 et la ligne verte au  $m$  moyen du faciès 2

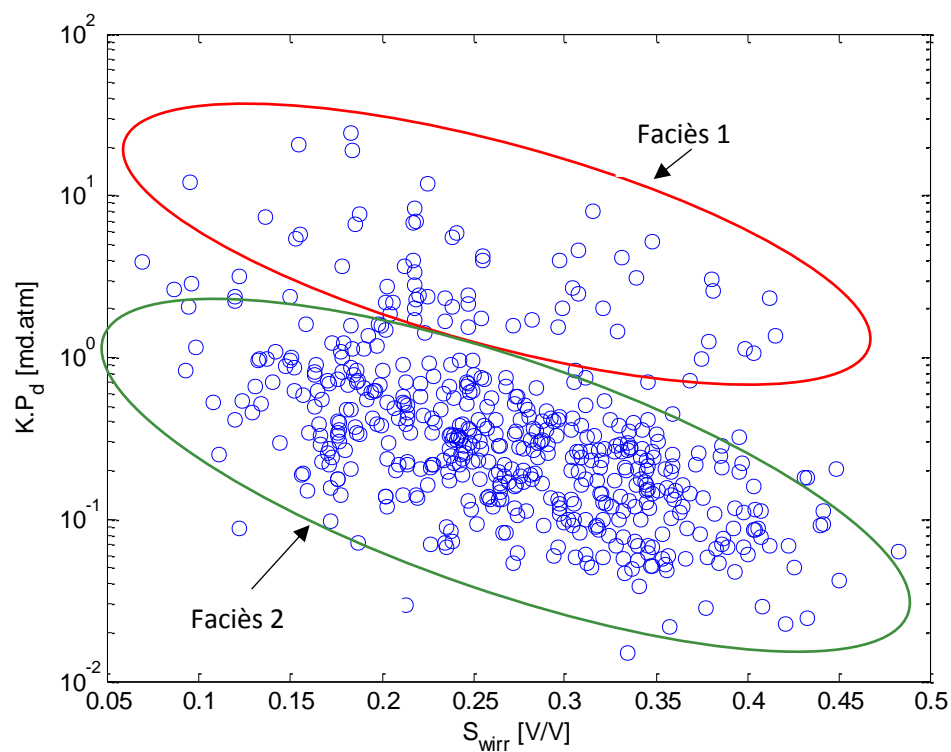


Figure 5.11 Facteurs  $K.P_d$  inversés en fonction de la saturation irréductible NMR

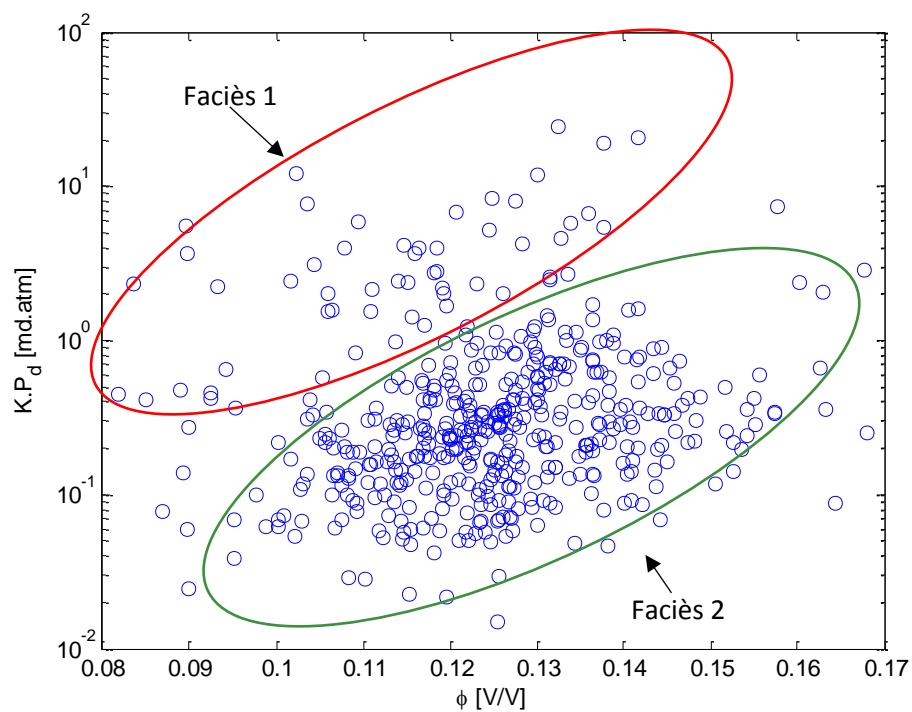
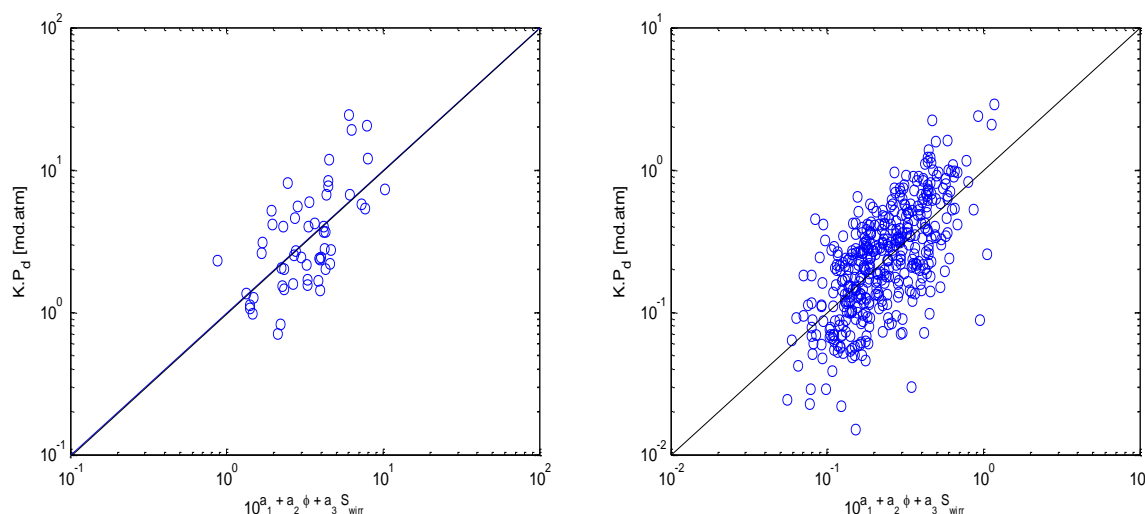


Figure 5.12 Facteurs  $K.P_d$  inversés en fonction de la porosité effective



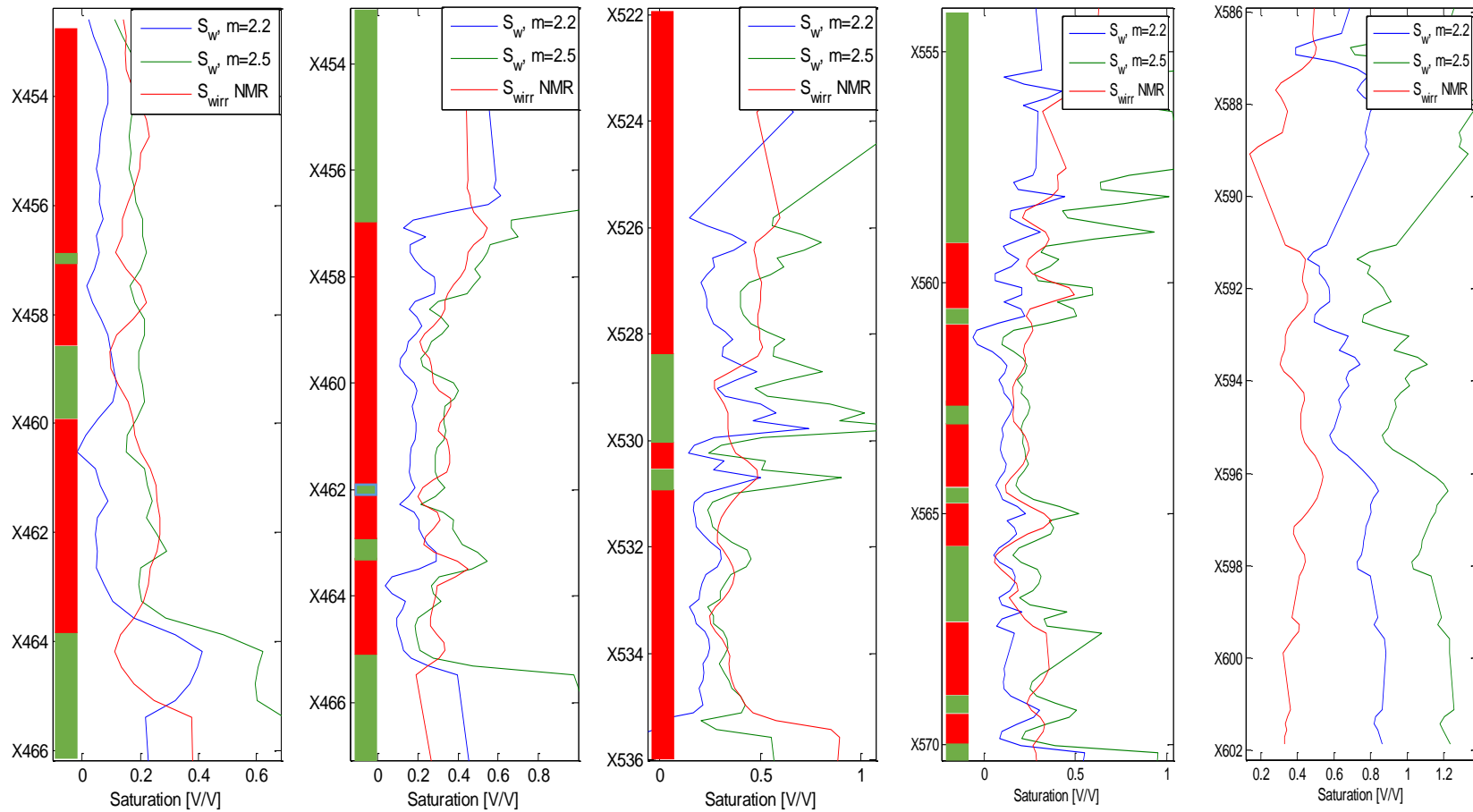
**Figure 5.13 Calage des lois WWJ pour chacun des deux faciès. A gauche pour le faciès 1 et à droite pour le faciès 2**

### 2.2.2. Inversion de la zone à hydrocarbure

L'inversion de la zone à eau a permis de mettre en évidence la présence de deux faciès et d'obtenir des lois de type WWJ relatives factorisant le comportement pétrophysique de chacun d'entre eux. Afin de pouvoir mener à bien le processus complet d'inversion et avoir une estimation absolue des paramètres pétrophysiques cote à cote, il faut pouvoir déterminer au préalable à quel faciès appartient chacune des cotes de la zone à hydrocarbure. Pour ce faire, le résultat de la zone à eau en facteurs de formation a été utilisé afin de ré-estimer les saturations dans la zone à hydrocarbure et les comparer à la saturation irréductible obtenue par interprétation NMR. Cette comparaison est présentée à la figure 5.14 sur laquelle se trouvent 5 pistes correspondant aux principaux intervalles réservoir de la zone à hydrocarbure du puits 3.

Les intervalles représentés dans les 4 premières pistes de gauche se situent au-dessus de la zone de transition ; de fait, les saturations doivent être proches de saturations irréductibles NMR. L'intervalle de la dernière piste correspond à la zone de transition. Pour chacune des pistes, sont représentées la saturation irréductible et les saturations obtenues par interprétation des résistivités avec, d'une part, le  $m$  moyen de 2.5 du faciès 1 et, d'autre part, le  $m$  moyen de 2.2 du faciès 2. Pour les 4 premières pistes, le critère pour associer chaque cote à un faciès est simplement la comparaison entre la saturation irréductible NMR et les saturations obtenues par les deux  $m$  moyens. Si la saturation irréductible d'une cote est plus proche de la saturation correspondant à un faciès, alors cette cote lui est associée et *vice versa*. Nous avons représenté sur la figure 5.14 les zones correspondant au faciès 1 en rouge et celles correspondant au faciès 2 en vert. On constate la présence d'intervalles très fins pouvant ne pas correspondre aux faciès auxquels ils ont été attribués. Cela est dû au fait que nous n'avons utilisé qu'une relation de proximité locale afin de faire correspondre les faciès aux cotes étudiées. Un ajustement *a posteriori* peut s'avérer nécessaire afin de faire disparaître de tels intervalles pouvant être simplement dû à une hétérogénéité locale de la saturation et non à un réel changement de faciès.

Cette technique n'est pas applicable dans le cas de la zone de transition (piste 5), pour laquelle les saturations sont toutes par nature supérieures aux saturations irréductibles. Il faudrait alors utiliser des considérations extérieures pour pouvoir effectuer la division en faciès de cette zone (utilisation de diagraphies complémentaires, techniques de clustering, ...). La zone de transition ne peut donc pas être inversée par notre approche seule et la méthode développée dans le chapitre 3 pour trouver les  $\lambda$  moyens associés à chaque faciès ne peut plus être mise en œuvre (cf. paragraphe suivant). Cela n'est pas un inconvénient majeur dans la mesure où les principales zones d'intérêt sont les cotes de la zone à saturations irréductibles – ce sera néanmoins une limitation pour d'autres environnements à large zone de transition comme les faciès faiblement poreux, carbonates micro-poreux ou grès silicifiés....



**Figure 5.14** Planches représentant les saturations pour les cinq principaux intervalles réservoir de la zone à hydrocarbure du puits 3. En rouge la saturation irréductible issue de la NMR, en vert les saturations pour un  $m$  moyen de 2.5 et en bleu pour un  $m$  moyen de 2.2. Les intervalles marqués en rouge représentent le faciès 1 et en vert le faciès 2.

### 2.2.3. Détermination des $\lambda$ moyens pour chaque faciès

Chaque cote de la zone à hydrocarbure devant être résolue avec un des faciès trouvés par l'inversion de la zone à eau, un nouveau degré de liberté s'est ajouté à notre problème. Cette difficulté a été levée au paragraphe précédent pour les cotes à saturation irréductible. Cependant, il n'est désormais plus possible d'utiliser la zone à hydrocarbure afin de déterminer les  $\lambda$  moyens associés à chaque faciès. En effet, pour un seul faciès, le  $\lambda$  moyen était déterminé grâce à l'évolution verticale des pressions capillaires le long de la zone de transition. Or, ne pouvant y associer cote et faciès de façon certaine, le processus d'inversion verticale n'est plus possible. Des mesures complémentaires doivent alors être intégrées afin d'obtenir les  $\lambda$  moyens pour chaque faciès. Pour ce puits, nous avons choisi d'utiliser les perméabilités interprétées à partir des transitoires de pression issus de prétests (WFT, Well Formation Testing). Ces perméabilités sont comparées aux perméabilités inversées sur la zone à l'aide de  $\lambda$  arbitraires et après conversion des valeurs de  $K.P_d$  à partir de la relation 3.22. Le résultat de cette comparaison pour un  $\lambda$  arbitraire égal à 1 est montré figure 5.15 : l'inversion de la zone à eau rend compte des lois de type WWJ mais uniquement de façon relative. Il faut appliquer un facteur correctif au choix initial de  $\lambda$  pour que le nuage de perméabilités inversées puisse correspondre aux perméabilités WFT. L'optimum est obtenu pour un  $\lambda$  égal à 0.7 (figure 5.16).

Les  $\lambda$  moyens de chaque faciès sont ainsi calibrés grâce aux mesures de pression effectuées le long du puits. Cette calibration est d'autant plus légitime que ces mesures de pression couvrent à peu près la même échelle que les diagraphies électriques (rayon d'investigation moyen de l'ordre de quelques mètres). De fait, désormais, les lois de type WWJ pour chacun des deux faciès sont complètement déterminées et peuvent être utilisées afin d'estimer les paramètres pétrophysiques au cours de la dernière étape du processus d'inversion.

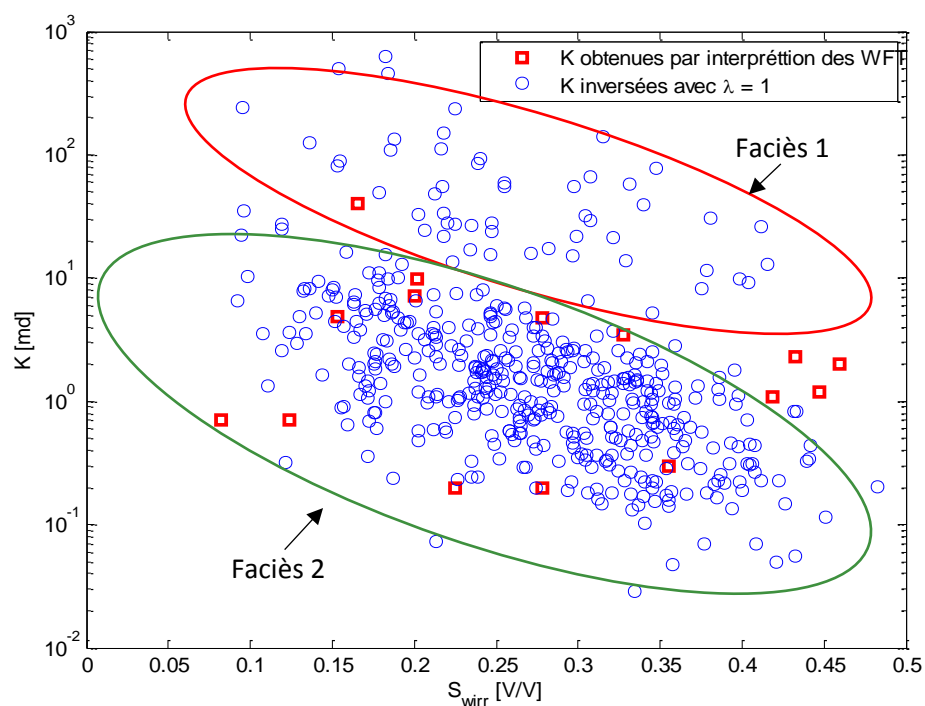


Figure 5.15 Perméabilités inversées pour un  $\lambda$  moyen de 1 (points bleus) et perméabilités obtenues par interprétation des MDT (carrés rouges)

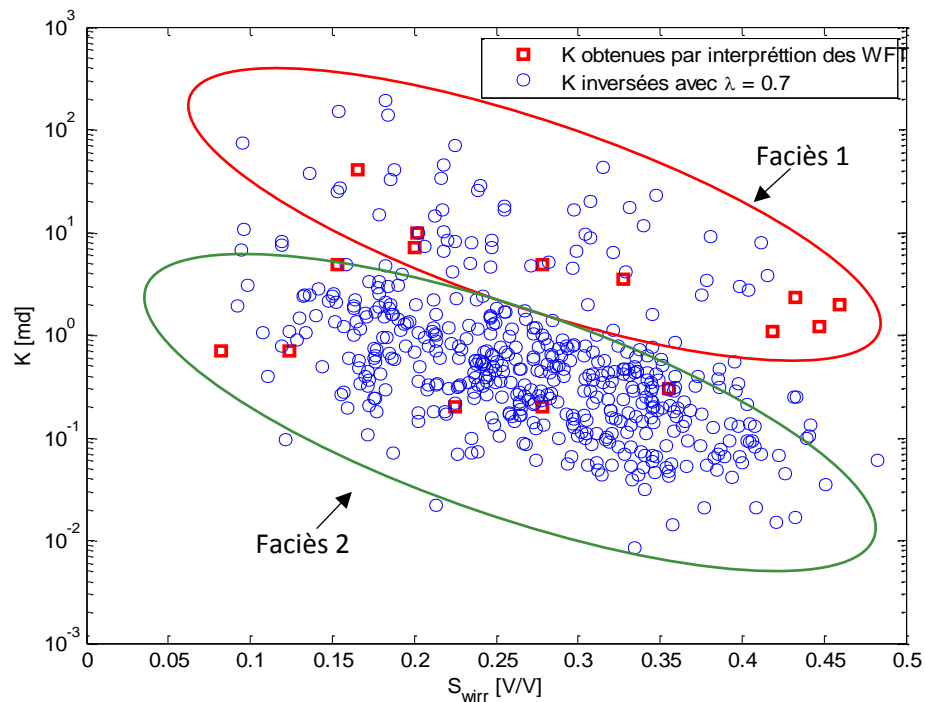
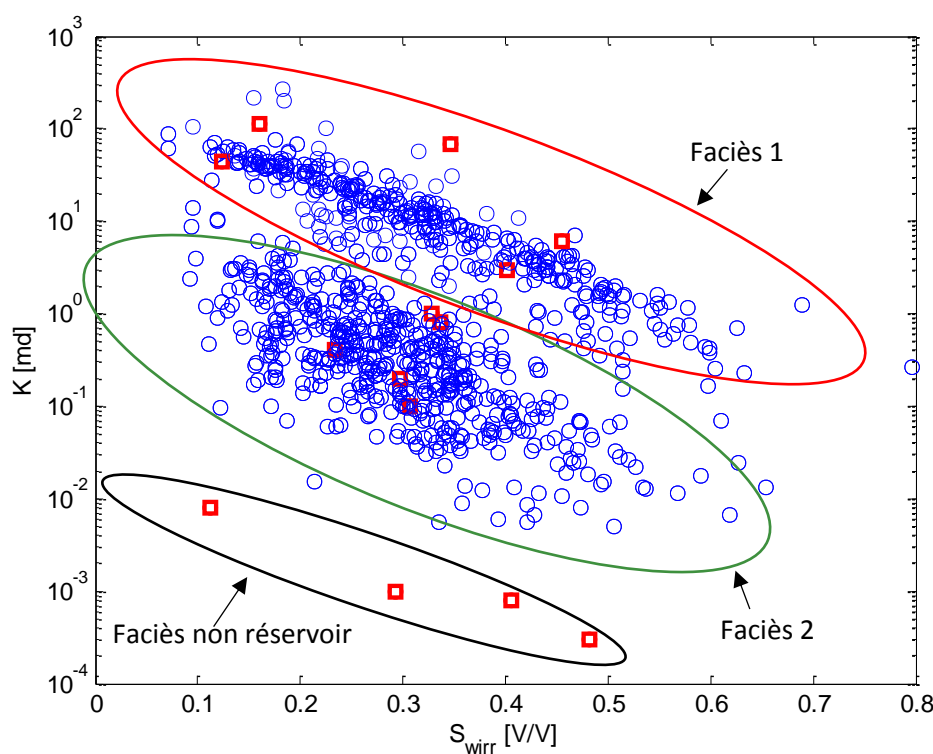


Figure 5.16 Perméabilités inversées pour un  $\lambda$  moyen de 0.7 (points bleus) et perméabilités obtenues par interprétation des MDT (carrés rouges)

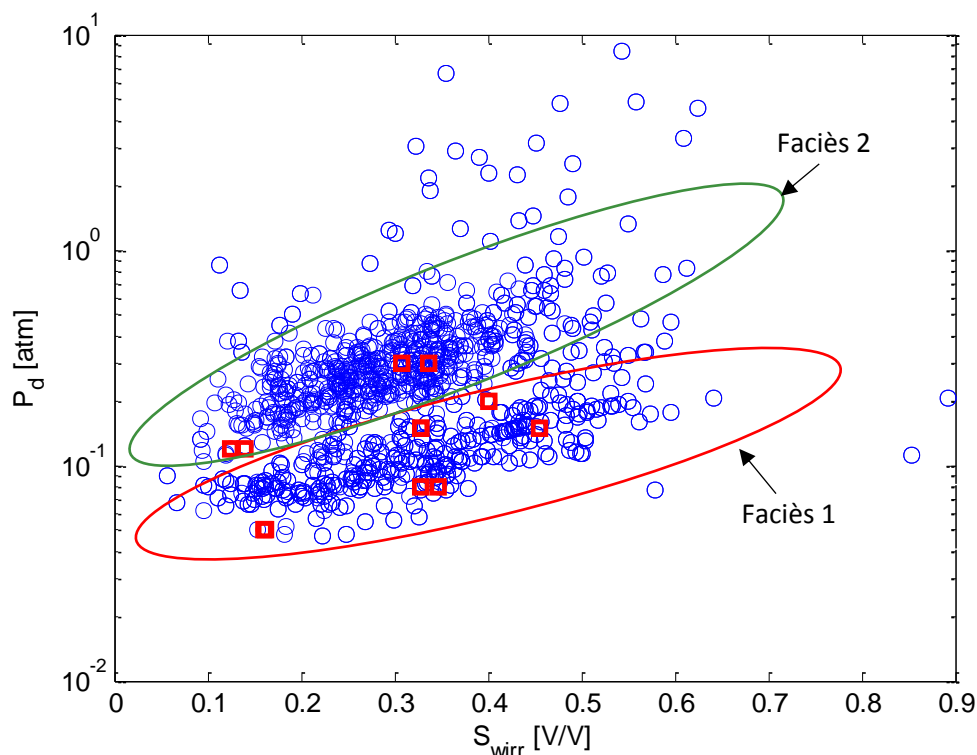


### 2.2.4. Estimation finale des paramètres pétrophysiques

Pour chacun des deux faciès, l'estimation finale des paramètres pétrophysiques ( $K$ ,  $S_{wirr}$ ,  $\lambda$  et  $P_d$ ) est réalisée en suivant la même méthode que celle développée pour le cas mono-faciès (cf. paragraphe 3.5.2). Les résultats de perméabilités  $K$  et de pressions de déplacement  $P_d$  sont représentés aux figures 5.17 et 5.18 et comparés avec les paramètres équivalents mesurés sur plugs en laboratoire. Que ce soit pour les perméabilités ou les pressions de déplacement, les mesures laboratoire sont sur la même tendance que les paramètres inversés, et ce, pour chacun des deux faciès. Ce résultat est d'autant plus intéressant que les  $\lambda$  utilisés pour l'estimation ont été calibrés avec les mesures de pressions totalement indépendantes des données laboratoires, en principe de mesure et échelle de représentativité. Il y a ainsi une cohérence globale au niveau des résultats obtenus entre les différentes échelles: de la plus petite échelle (mesures laboratoire effectuées sur plugs) à la plus grande (mesures de pression) en passant par l'échelle intermédiaire qui est celle des diagraphies. Les faibles perméabilités laboratoire de la figure 5.17 sont les perméabilités d'un faciès non réservoir qui n'a pas été considéré dans l'inversion.

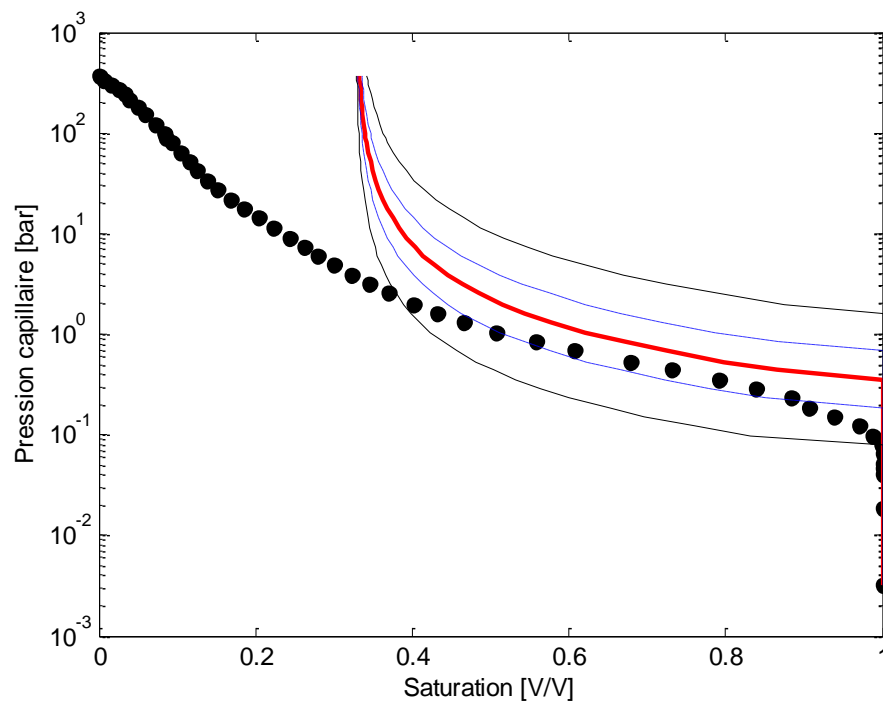


**Figure 5.17 Perméabilités inversées dans la zone à eau et la zone à hydrocarbure (points bleus) avec les perméabilités mesurées en laboratoire (carrés rouges)**

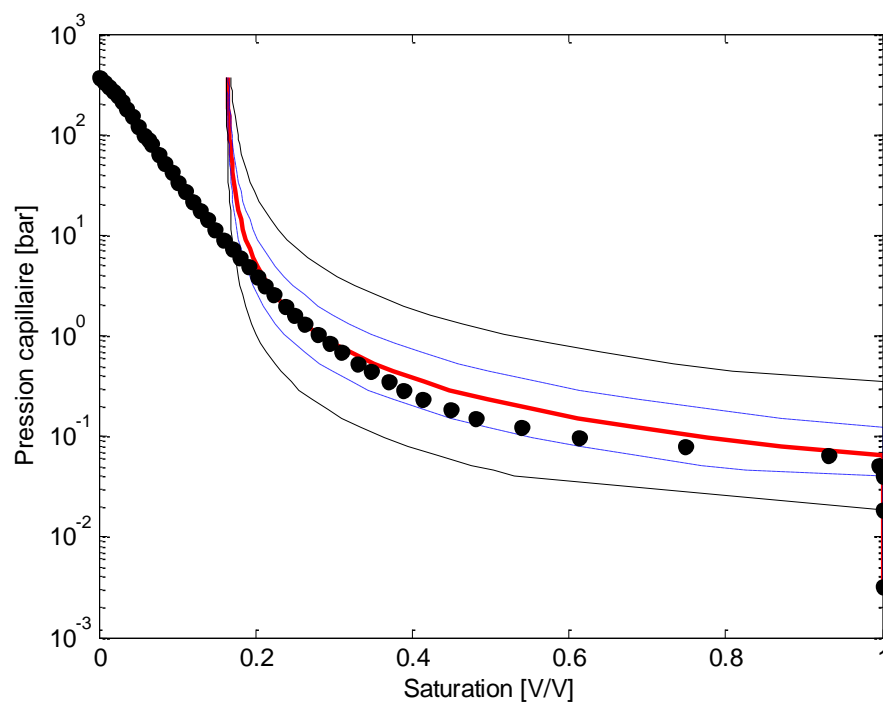


**Figure 5.18 Pressions de déplacement inversées dans la zone à eau et la zone à hydrocarbure (points bleus) avec les pressions de déplacements mesurées en laboratoire (carrés rouges)**

Par ailleurs, les pressions capillaires inversées aux cotes auxquelles ont été prélevés les plugs sont comparées aux mesures laboratoire (figure 5.19 à 5.22). On observe globalement une bonne concordance pour toute saturation au-dessus de 50% ; les pressions d'entrée sont notamment bien reproduites. L'écart tend à devenir plus important pour les basses saturations. Ce comportement est similaire à ce qui a été observée pour le puits 1.A et les mêmes observations s'appliquent ici. Dans ce cas particulier, cette différence est externe à l'inversion puisqu'elle provient de la contrainte de saturation irréductible NMR très supérieure à ce qui peut être estimé en laboratoire. De plus, certaines mesures de pression capillaire témoignent de la présence d'un réseau de pores multimodal (figure 5.21 par exemple). Cet aspect ne peut pas être pris en compte dans notre approche car le formalisme de Brook Corey n'est adapté que pour bien décrire un réseau uni-modal. Il existe des formalismes pour la description des pressions capillaires en présence de plusieurs réseaux de pores. Xu (Xu & Torres-Verdín, 2013) proposa plusieurs expressions à six paramètres afin de décrire des réseaux de pores bimodaux. L'utilisation de tels modèles serait une amélioration de notre approche dans la mesure où toutes les lois de faciès pourraient dès lors être engendrées à partir d'une combinaison de réseaux de pores canoniques. Cet aspect pourra être traité lorsque nous prendrons en considération l'invasion dans la zone à hydrocarbure permettant d'ajouter des degrés de liberté supplémentaires à l'inversion.



**Figure 5.19** Pression capillaire inversée : médiane (en rouge), centiles 25 et 75 (lignes pointillées), centiles 5 et 95 (lignes continues) ainsi que pression capillaire mesurée (points noirs). Résultats pour la cote X4601 m



**Figure 5.20** Pression capillaire inversée pour la cote X4562

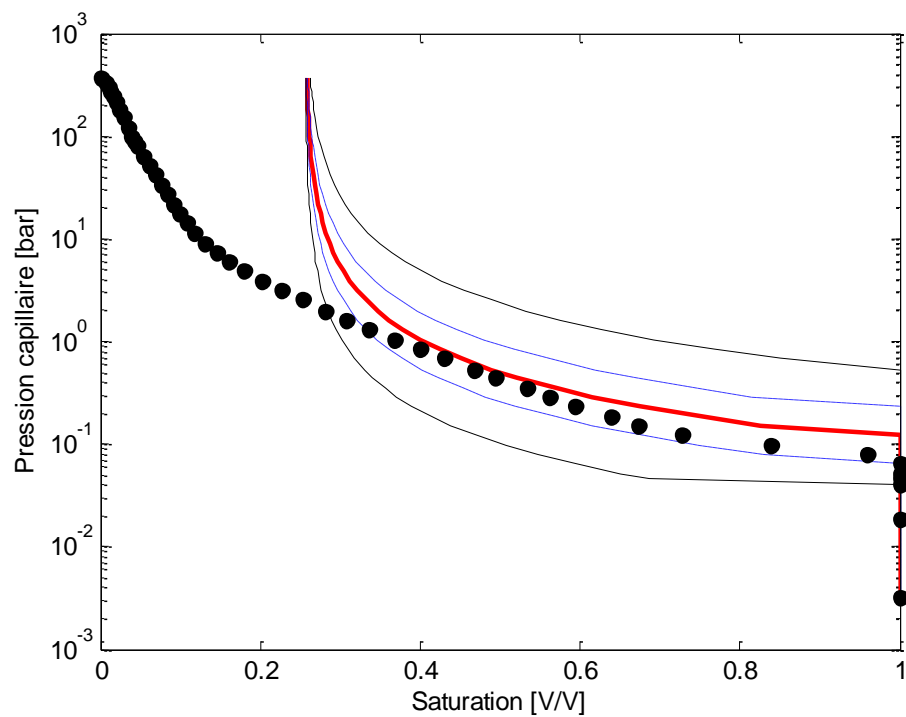


Figure 5.21 Pression capillaire inversée pour la cote X4534

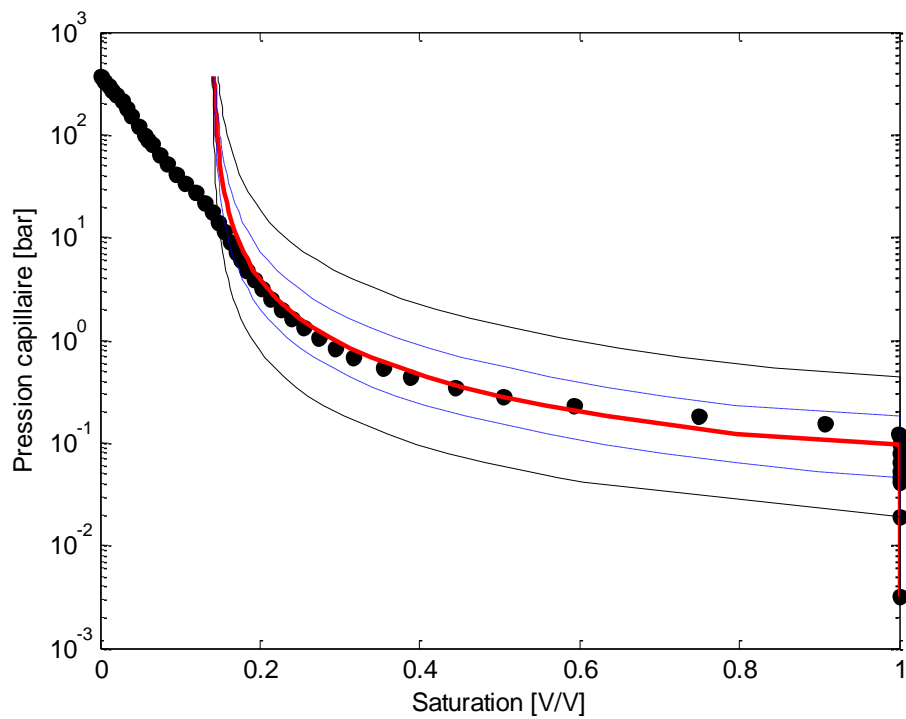


Figure 5.22 Pression capillaire inversée pour la cote X4438

### 3. Conclusion du chapitre

Les deux cas d'études présentés dans ce chapitre diffèrent de l'exemple de référence ayant servi à élaborer l'approche. Ils sont également entre eux très dissemblables : le premier cas couvre un faciès au comportement hétérogène mais néanmoins en continuité pétrophysique alors que le second est nettement composé de faciès distincts, discontinus. Le premier cas a pu être traité et donner de bons résultats avec la méthode d'inversion mono-faciès présentée au chapitre 3. En revanche, le second cas a nécessité des modifications à l'approche d'inversion. Les deux principales nouveautés sont les suivantes :

- L'inversion de la zone à eau ne donne pas seulement les lois WWJ relatives pour un faciès mais permet également de détecter les différents faciès pétrophysiques ;
- Les  $\lambda$  moyens pour chaque faciès ne peuvent être obtenus par l'inversion de la zone à hydrocarbure. Des mesures de pressions WFT peuvent être utilisées à cette fin pour calibrer les  $\lambda$  moyens.

Ces modifications apparaissent figure 5.23 où nous avons fait ressortir les spécificités d'inversion que nous proposons afin de traiter des cas multi-faciès. On notera l'importance prise par la donnée NMR dans la mesure où les saturations irréductibles sont indispensables afin d'associer chaque cote de la zone à hydrocarbures aux différents faciès détectées par l'inversion de la zone à eau. Dans ce cas, les saturations irréductibles ne peuvent plus être estimées par des méthodes empiriques de type Buckle (voir chapitre 4) car ces méthodes nécessitent que le découpage en faciès ait été fait *a priori*.

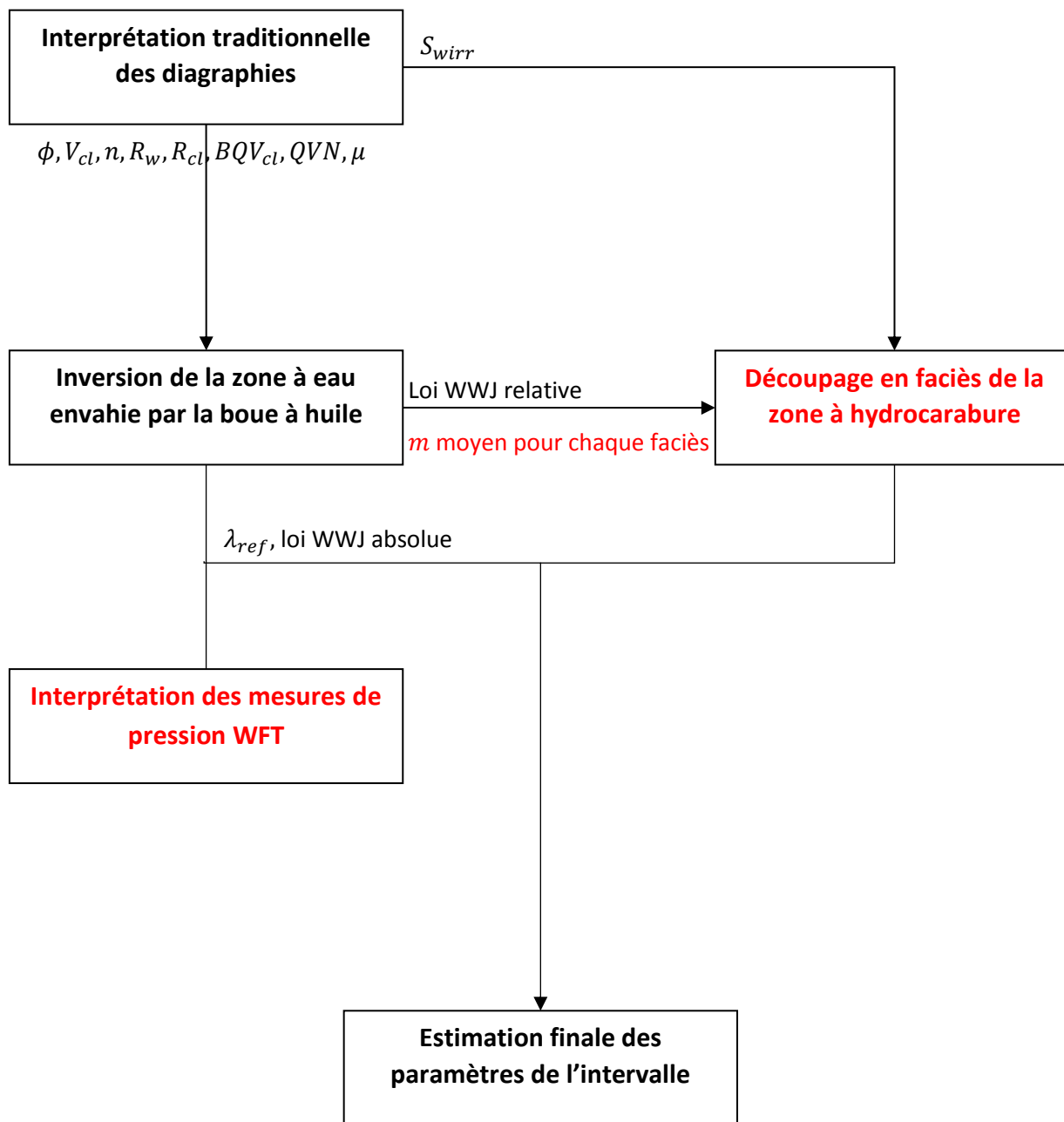


Figure 5.23 Schéma récapitulatif du processus d'inversion pour un cas multi-faciès

## CONCLUSION

L'inversion pétrophysique des diagraphies telle que développée dans ce mémoire montre qu'un phénomène très souvent considéré comme un biais de lecture diagraphique peut être exploitée quantitativement afin d'évaluer les propriétés pétrophysiques et dynamiques des formations: l'invasion de boue de l'abord puits. Plus précisément, la représentation du domaine envahi par un modèle physique macroscopique (équilibre capillaire) couplé à une simulation des outils de résistivité et optimisé sur la distribution des fluides à l'échelle verticale de l'accumulation permet de faire émerger les différents comportements pétrophysiques effectifs composant un intervalle réservoir et de produire les lois comportementales de chaque faciès (modèles de saturation et de perméabilités afférents). Ces résultats peuvent être obtenus à l'échelle diagraphique avant même toute analyse laboratoire sur carotte. Plus globalement, replacé dans le cycle d'étude pétrophysique, cette première estimation par inversion des propriétés réservoir offre d'emblée un modèle de formation synthétique, cohérent physiquement, et ce, dès les premiers stades d'évaluation des gisements. De par son aspect multi-échelle, l'approche permet également de combler le vide existant entre mesures laboratoires et essais de puits afin de proposer une mise à l'échelle cohérente des paramètres pétrophysiques. Ces résultats ont pu être obtenus grâce à deux principales innovations par rapport aux essais antérieurs d'inversion pétrophysique de la littérature (cf. chapitre 2) :

- Principale condition, l'historique d'invasion n'est pas simulé en tant que tel car il ferait intervenir, d'une part, des paramètres de boue difficilement quantifiables et obligerait, d'autre part, de caler la cinématique d'invasion parfaitement inconnue et non mesurée. Notre méthode fait l'hypothèse qu'un équilibre a été atteint entre le filtrat de boue et les fluides natifs de la formation lorsque les diagraphies sont acquises. La connaissance de l'historique complet d'invasion n'est alors plus nécessaire et seules des diagraphies radialement distribuées suffisent à caractériser la répartition des fluides.
- Des contraintes pétrophysiques sont ensuite introduites afin de rendre le problème inverse bien posé. Le modèle de Burdine lie les perméabilités relatives aux pressions capillaires tandis que pressions de déplacement et perméabilités sont corrélées par une loi empirique universelle. Le processus d'inversion intègre ces contraintes et optimise les paramètres pétrophysiques en couplant le modèle d'équilibre radiale du filtrat de boue des zones à eau avec le modèle d'équilibre verticale des hydrocarbures à l'échelle gisement. Ainsi, à chaque profondeur, sont obtenues perméabilités, pressions capillaires et facteurs de cimentation avec leurs incertitudes et dépendances pour chaque faciès (modèles pétrophysiques par faciès). Ce processus, qui fait intervenir zone à eau et zone à hydrocarbure d'un même pétro-faciès est décrit dans la seconde partie du chapitre 3.

La méthode a été testée sur un puits réel présentant un seul comportement pétrophysique apparent (unique pétro-faciès interceptant zone à eau et zone à hydrocarbure d'un réservoir) dans la dernière partie du chapitre 3. Ces résultats sont comparés aux mesures de référence (perméabilités et pressions capillaires effectuées sur des échantillons prélevés au puits). De bons résultats sont observés : les courbes de pressions capillaires inversées sont comparables aux pressions capillaires mesurées en laboratoire, en particulier pour les hautes saturations, et les perméabilités inversées suivent la même tendance que les perméabilités mesurées en laboratoire, et ce, même dans les zones déviant du comportement pétrophysique moyen du faciès.

Le processus d'inversion a ensuite été mis à l'épreuve au chapitre 4. L'algorithme d'optimisation a été comparé à des stratégies globales afin de tester sa robustesse, notamment sa dépendance au point de départ. Dans certains cas, lorsque le point de départ est trop éloigné de la solution, l'algorithme peut échouer à délivrer le minimum global. Ce comportement n'est pas dû à la nature même du problème inverse, qui est un problème bien-posé, mais à des problèmes d'ordre numérique qui ont pu être simplement résolus à l'aide d'une stratégie de type multi-start pour l'optimisation. Ensuite, l'influence du nombre de cotes prises en considération dans le processus d'inversion, que ce soit dans une zone à eau ou une zone à hydrocarbures, a été évaluée. Enfin, l'apport de la diagraphie NMR dans la convergence de l'inversion est discuté dans une troisième partie de ce chapitre.

Enfin au chapitre 5, le processus global d'inversion a été généralisé de façon à pouvoir traiter des milieux hétérogènes, composés de plusieurs faciès pétrophysiques. L'étude a porté sur deux cas d'étude représentatifs où l'on peut notamment constater que la méthode est capable de repérer par elle-même les différents pétro-faciès grâce aux facteurs de cimentation et paramètre  $K.P_d$  inversés dans les zones à eau. Pour de tels cas, des mesures annexes ont pu être intégrées pour obtenir une inversion pétrophysique complète (mobilités locales issues des mesures de pressions pour calibrer le paramètre  $\lambda$  moyen d'un faciès, NMR pour les saturations irréductibles, ...).

Le cas de référence pris en considération pour ces développements est celui d'une boue à huile envahissant une zone à eau, phénomène de drainage gouverné par les pressions capillaires et les perméabilités. Comme nous l'avons exposé au cours du chapitre 2, trois autres contextes sont à envisager : l'invasion d'une boue à huile dans une zone à hydrocarbures et celui d'une boue à eau dans une zone à eau ou à hydrocarbures. Ce dernier cas relève d'un processus d'imbibition et son inversion est d'autant plus intéressante qu'elle permettrait potentiellement d'évaluer le comportement de balayage à l'eau d'un réservoir, phénomène se produisant au cours de la production d'un gisement. L'imbibition est très difficile à anticiper du fait que les protocoles de mesure laboratoire sont très complexes et coûteux en temps (d'où l'extrême rareté de ce type de mesures). Un mécanisme global d'inversion similaire à celui développé dans la thèse pourrait être développé : l'inversion de la zone à eau envahie par une boue à eau conduit à résoudre un problème de diffusion de salinité, gouverné au premier ordre par la perméabilité et la tortuosité du milieu. L'estimation de ces paramètres pourrait alors contraindre l'inversion de la zone à hydrocarbure dans laquelle seraient modélisés l'équilibre vertical des fluides et le comportement d'imbibition à partir du profil radial de saturation. Pourront être alors complètement déterminés les courbes de pression capillaire, à la fois en drainage et imbibition, et ce, toujours à l'échelle diagraphique.

L'objectif *in fine* de l'approche de l'inversion pétrophysique est de construire, en partant des diagraphies, un véritable modèle d'abord puits, physiquement cohérent et capable de reproduire toutes les mesures disponibles à diverses échelles de l'évaluation de formation:

- L'échelle microscopique : le formalisme devra évoluer pour optimiser non plus des comportements globaux macroscopiques mais des contributions par réseaux de pores élémentaires. A partir d'une base canonique de réseaux de pores, le modèle se devra d'engendrer l'ensemble des observables diagraphiques moyennant des lois de convolution. L'objectif recherché est une compréhension des topologies porales et leur relation vis-à-vis des propriétés dynamiques afin d'affiner et mieux anticiper le comportement dynamique des faciès géologiques. Une telle approche permettra également de relier et contraindre les sauts d'échelle entre les techniques actuelles de microtomographie, pétrophysique digitale (Digital Rock Physics) et diagraphies;



- L'échelle géologique : L'inversion pétrophysique, pour monter d'une échelle de représentativité, se devra de repenser son couplage à la simulation des outils diagraphiques pour aller vers des modélisations géométriques complètes des sondes contraintes au modèle géologique local (épaisseur, pendage et orientation des couches, géométrie vrai du puits, position de l'outil dans le puits, etc.). Cet aspect suppose des modèles numériques d'outils performants qui puissent être intégrés au processus d'inversion générale proposé dans le cadre de ces travaux de thèse.

Le principe d'un tel modèle physique d'abord puits sera de pouvoir être mis à jour au fur et à mesure de l'acquisition des données (en partant des diagraphies). La valeur ajoutée, la cohérence et la validité de chaque nouvelle donnée pourra ainsi être aisément évaluée et viendra s'intégrer naturellement à la chaîne d'étude de caractérisation réservoir. En soi, l'approche globale vise, outre les aspects physiques et mathématiques sous-jacents, à construire un outil de synthèse et de communication interdisciplinaire couvrant les champs de spécialités géologiques, diagraphiques, pétrophysiques expérimentales et réservoir.

## BIBLIOGRAPHIE

- Alhanai, W. T. (1997, January). On the pore size distribution : Derivation and testing of a stochastic model to analyze pore-size data from carbonate reservoirs. *Society of Petroleum Engineers*.
- Allen, D. (1991, Jul.). Invasion Revisited Oilfield Review. *Oilfield Review*, pp. 10-23.
- Alpak, F. (2005). Algorithms for numerical modeling and inversion of multi-phase fluid-flow and electromagnetic measurements.
- Alpak, F. O., Habashy, T. M., Abubakar, A., Torres-Verdin, C., & Sepehrnoori, K. (. (2011). A Multiplicative Regularized Gauss-Newton Algorithm and its Application to the Joint Inversion of Induction Logging and Near-Borehole Pressure Measurements. *Progress in Electromagnetic reasearch*, 105-138.
- Alpak, F. O., Lake, L. W., & Embid, S. M. (1999). Validation of a modified Carman-Kozeny equation to model two-phase relative permeabilities. *Society of Petroleum Engineers*.
- Alpak, F. O., Torres-Verdín, C., & Habashy, T. M. (2006). Petrophysical inversion of borehole array-induction logs: Part I—Numerical examples. *Geophysics*, 71(4), F101-F119.
- Angeles. (2009). *Simulation and interpretation of formation-tester measurements acquired in the presence of mud-filtrate invasion, multi-phase flow, and deviated wellbores*. Ph.D. dissertation, The University of Texas at Austin.
- Apisaksirikul, S., & Blasingame, T. (2016). The Development and Application of a New Semi-Analytical Model to Estimate Permeability from Mercury Injection Capillary Pressure. *Unconventional Resources Technology Conference*.
- Archie, G. (1942). The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics. *Petroleum Transactions of AIME*, 146: 54–62.
- Bardon, C., & Pied, B. (1969). Formation water saturation in shaly sands. *Transactions of the Society of Professional Well Log Analysts, 10th Annual Logging Symposium, Paper Z*.
- Buckles, R. (1965). Correlating and averaging connate water saturation data. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, v. 9, no. 1, p.
- Burdine, N. (1953). Relative permeability calculations from pore size distribution data. *Journal of Petroleum Technology*, 5(03), 71-78.
- Carman, P. (1937). Fluid Flow through Granular Beds. *Trans., AICE* 15, 150-166.
- Chen, J., Hopmans, J. W., & Grismer, M. E. (1999). Parameter estimation of two-fluid capillary pressure–saturation and permeability functions. *Advances in Water Resources*, 22(5), 479-493.
- Chen, X., Niu, L., & Yuan, Y. (2013). Optimality conditions and smoothing trust region Newton method for non Lipschitz optimization. *SIAM J Optim*, 1528-1552.

- Chenevert, M. E., & Dewan, J. T. (2001). A model for filtration of water-base mud during drilling: determination of mudcake parameters. *Petrophysics*, 42(03).
- Chin, W. (1995). *Formation invasion with applications to measurement while drilling, time-lapse analysis, and formation damage*. Houston, Texas: Gulf Publishing Company.
- Clerke, E. A. (2009). Permeability, relative permeability, microscopic displacement efficiency and pore geometry of m<sub>1</sub> bimodal pore systems in arab-d limestone. *SPE Journal*, 524-531.
- Coates, G., Peveraro, R., Hardwick, A., & Roberts, D. (1991). The Magnetic Resonance Imaging Log Characterized by Comparison With Petrophysical Properties and Laboratory Core Data. *paper SPE 22723, presented at the 1991 Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of Petroleum Engineers held in Dallas, the Society of Petroleum Engineers held in Dallas, TX, October 6-9*.
- Conn, A., Scheinbert, K., & Vicente, L. (2008). Geometry of interpolation sets in derivative free optimization. *Mathematical Programming*, 141-172.
- Diouane, Y., Gratton, S., & Vicente, L. (2015). Globally convergent evolution strategies for constrained optimization. *Computational Optimization and Applications*, 323-346.
- Dobróka, M., & Szabó, N. P. (2012). Interval inversion of well-logging data for automatic determination of formation boundaries by using a float-encoded genetic algorithm. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 144-152.
- Dobróka, M., Szabó, N., Tóth, J., & Vass, P. (2016). Interval inversion approach for an improved interpretation of well logs. *Society of Exploration Geophysicists*.
- Dong, M., Changwei, L., & Changhui, C. (2015). New Relationship Between Resistivity Index and Relative Permeability. *Journal of Energy Resources Technology*.
- El-Khatib, N. (1995). Development of a Modified Capillary Pressure J-Function. *SPE Middle Est Oil Show*.
- Ferreira, F. C., Booth, R., Oliveira, R., Carneiro, G., Bize-Forest, N., & Wahanik, H. (2015). (2015, September). New Rock-Typing Index Based on Hydraulic and Electric Tortuosity Data for Multi-Scale Dynamic Characterization of Complex Carbonate Reservoirs. In . Society of Petroleum Engineers. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*.
- Gao, G., & Torres-Verdin, C. (2003). Fast inversion of borehole array induction data using an inner-outer loop optimization technique. *SPWLA 44th Annual Logging Symposium, Texas, USA*.
- Garmanjani, R., & Vicente, L. (2013). Smoothing and worst case complexity for direct search methods in nonsmooth optimization. *Journal of Numerical Analysis*, 1008-1028.
- Gratton, S., Toint, P., & Troltzsch, A. (2010). An active-set trust region method for derivative-free nonlinear bound constraint optimization. *CERFACS Technical Report*.
- Gratton, S., Tshimanga, J., & Toint, P. (2013). Conjugate-gradients versus multigrid solvers for diffusion-based correlation models in data assimilation. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 139(675): 1481-1487.

- Hansen, N., & Ostermeier, A. (2009). Completely Derandomized Self Adaptation in Evolution Strategies. *Evolutionary Computation*, 159-195.
- Hansen, P. C. (1994). Regularization tools: a matlab package for analysis and solution of discrete ill-posed problems. *Numerical algorithms*, 6(1).
- Harrison, B., & Jing, X. (2001). Saturation height methods and their impact on volumetric hydrocarbon in place estimates. *Society of Petroleum Engineers*.
- Heidari, Z., & Torres-Verdín, C. (2012). Estimation of dynamic petrophysical properties of water-bearing sands invaded with oil-base mud from the interpretation of multiple borehole geophysical measurements. *Geophysics*, 77(6), D209-D227.
- Heidari, Z., & Torres-Verdin, C. (2012, January). Improved detection of bed boundaries for petrophysical evaluation with well logs: Applications to carbonate and organic-shale formations. *In SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Society of Petroleum Engineers*.
- Heidari, Z., Torres-Verdín, C., & Preeg, W. E. (2012). Improved estimation of mineral and fluid volumetric concentrations from well logs in thinly bedded and invaded formations. *Geophysics*, 77(3), WA79-WA98.
- Huang, D. D., Honarpour, M. M., & Al-Hussainy, R. (1997). An improved model for relative permeability and capillary pressure incorporating wettability. *SCA*, Vol. 9718, pp. 7-10.
- Huet, C., Rushing, J., Nwsham, K., & Blasingame, T. (2005). A modified Purcell/Burdine Model for Estimating Absolute Permeability from Mercury Injection Capillary Pressure Data. *2005 International Technology Conference*. Doha.
- Huyer, W., & Neumaier, A. (2013). Optimality conditions and smoothing trust region Newton method for non Lipschitz optimization. *SIAM J. Optim.* 23, 1528-1552.
- Ijasan, O., Torres-Verdín, C., & Preeg, W. (2013). Inversion-based petrophysical interpretation of logging-while-drilling nuclear and resistivity measurements. *Geophysics*, 78(6), D473-D489.
- Ippisch, O., Vogel, H. J., & Bastian, P. (2006). Validity limits for the van Genuchten–Mualem model and implications for parameter estimation and numerical simulation. *Advances in Water Resources*, 29(12), 1780-1789.
- Johnson, A. (1987). Permeability averaged capillary pressure datga: a supplement to log analysis in field studies . *SPWLA 28 logging Symposium*.
- Juhasz. (1981). Normalised Qv-the key to shaly sand evaluation using the Waxman-Smiths equation in the absence of core data. *Transactions of the Society of Professional Well Log Analysts, 22nd Annual Logging Symposium, Paper Z*.
- Katz, A., & Thompson, A. (1986). Quantitative Prediction of Permeability in Porous Rock. *Physical Review B*, 34,, 8179-8181.
- Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995). Paricle swarm optimization. *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*.

- Kern, M. (2002). *Problèmes inverses : aspects numériques*. Ecole supérieure d'ingénieurs Leonard de Vinci.
- Kolodzie, S. (1980). *Analysis of Pore Throat Size and Use of the Waxman-Smits Equation to Determine OOIP in Spindle Field, Colorado*. SPE Paper 9382.
- Kosugi, K. (1999). General model for unsaturated hydraulic conductivity for soils with lognormal pore-size distribution. *Soil Science Society of America Journal*, 63(2), 270-277.
- Kosugi, K. I. (1994). Three-parameter lognormal distribution model for soil water retention. *Water Resources Research*, 30(4), 891-901.
- Kosugi, K. I. (1996). Lognormal distribution model for unsaturated soil hydraulic properties. *Water Resources Research*, 32(9), 2697-2703.
- Kozeny, J. (1927). Über-Kapillare Leitung des Wassers in Boden, Sitzungsberichte. *Wasserkraft und Wasserwirtschaft*, 67-86.
- Kuang, X., & Jiao, J. J. (2011). A new model for predicting relative nonwetting phase permeability from soil water retention curves. *Water Resources Research*, 47(8).
- Kuang, X., & Jiao, J. J. (2014). A new equation for the soil water retention curve. *European Journal of Soil Science*, 65(4), 584-593.
- Lala, S., & Maher, A. (2013). Using Capillary Pressure Derived Parameters for Improving Permeability Prediction. *International Journal of Geosciences*.
- Lee, H. J. (2008). *Simulation and interpretation of formation-tester measurements acquired in the presence of mud-filtrate invasion and geomechanical deformation*. Doctoral dissertation, The University of Texas at Austin.
- Leverett, M. (1941). Capillary behavior in porous solid. *Transactions of the American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers*, 159-172.
- Li, K. (2008). A New Method for Calculating Two Phase Relative Permeability From Resistivity Data in Porous Media. *Trans. Porous Media*, 21-33.
- Li, K., & Horne, R. (2006). Comparison of Methods to Calculate Relative Permeability From Capillary Pressure in Consolidated Water Wet Porous Media. *Water Resour Res*, 6405-6408.
- Luckner, L., Van Genuchten, M. T., & Nielsen, D. R. (1989). A consistent set of parametric models for the two-phase flow of immiscible fluids in the subsurface. *Water Resour. Res*, 2187-2193.
- Mendoza, A., Ijase, O., Torres-Verdín, C., Preeg, W. E., Rasmus, J., Radtke, R. J., & Stockhausen, E. (2012). Inversion-based method for interpretation of logging-while-drilling density measurements acquired in high-angle and horizontal wells. *Geophysics*, 77(4), D113-D127.
- Mendoza, A., Torres-Verdin, C., & Preeg, B. (2010). Linear iterative refinement method for the rapid simulation of borehole nuclear measurements: part i—vertical wells. *Geophysics*, 75(1).
- Mendoza, A., Torres-Verdin, C., & Preeg, W. (2007). Rapid simulation of borehole nuclear measurements with approximate spatial flux-scattering functions. *SPLWA 48th Annual Logging Symposium*.

- Mualem, Y. (1976). A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resour, Res*, 12(3), 513-522.
- Nelson, P. (1994). Permeability-Porosity Relationships in Sedimentary Rocks. *Society of Petrophysicists and Well Log Analysts*.
- Nocedal, J., & Wright, S. J. (2006). *Sequential quadratic programming* (pp. 529-562). New York: Springer.
- Parn-anurak, S., & Engler, T. (2005). Modeling of fluid filtration and near-wellbore damage along a horizontal well. *Journal of Petroleum Science & Engineering* 46, 149-160.
- Poupon, A., & Levaux, J. (1971). Evaluation of water saturation in shaly formations. *Transactions of the Society of Professional Well Log Analysts, 12th Annual Logging Symposium, Paper O*.
- Poupon, A., & Leveaux, J. (1971). Evaluation Of Water Saturation In Shaly Formations. *SPWLA 12th Annual Logging Symposium*.
- Purcell, W. R. (1949). Capillary pressures-their measurement using mercury and the calculation of permeability therefrom. *Journal of Petroleum Technology*, 1(02), 39-48.
- Richards, L. (1931). Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Physics*, 1 (5): 318–333.
- Russo, D. (1988). Determining soil hydraulic properties by parameter estimation: On the selection of a model for the hydraulic properties. *Water Resources Research*, 24(3), 453-459.
- Salazar, J. M., & Sigal, R. (2005). Assessment of Permeability from Well Logs Based on Core Calibration and Simulation of Mud-Filtrate Invasion. *Society of Petrophysicists and Well-Log Analysts*.
- Salazar, J. M., & Torres-Verdín, C. (2008). Quantitative comparison of processes of oil-and water-based mud-filtrate invasion and corresponding effects on borehole resistivity measurements. *Geophysics*, 74(1), E57-E73.
- Sanchez-Ramirez, J., Torres-Verdin, C., Wolf, D., Wang, G., Mendoza, A., Liu, Z., & Schell, G. (2010). Field examples of the combined petrophysical inversion of gamma-ray, density, and resistivity logs acquired in thinly-bedded clastic rock formations. *Petrophysics*, 51(4):247.
- Schaap, M. G., & Van Genuchten, M. T. (2006). A modified Mualem–van Genuchten formulation for improved description of the hydraulic conductivity near saturation. *Vadose Zone Journal*, 5(1), 27-34.
- Sepehrnoori, K., Proett, M. A., & Wu, J. (2005). The influence of water-base mud properties and petrophysical parameters on mudcake growth, filtrate invasion, and formation pressure. *Petrophysics*, 46(01).
- Serra, O., & Serra, L. (2003). *Diagraphies Acquisition & Applications*. Serralog.
- Simandoux. (1963). Dielectric measurements on porous media application to the measurement of water saturations : study of the behaviour of argillaceous formations. *Revue de l'Institut Français du Pétrole*, v.18, Supplementary Issue, 193-215.

- Simunek, J., & Van Genuchten, M. T. (1996). Estimating unsaturated soil hydraulic properties from tension disc infiltrometer data by numerical inversion. *Water Resources Research*, 32(9), 2683-2696.
- Sørensen, E. (1992). An empirical method for evaluation of capillary pressure data. *Proceedings of the Society of Core Analysts Third European Core Analysis Symposium*.
- Spearing, M., Allen, T., & McAulay, G. (2001). Review of the Winland R35 method for net pay definition and its application in low permeability sands. *Proceedings of the 2001 International Symposium of the Society of Core Analysts*.
- Tarantola, A. (2005). *Inverse problem theory and methods for model parameter estimation (Vol. 89)*. SIAM.
- Terpolilli, P., Ventre, J., Tournon, F., & Ramos, I. (2002). A Method for Computing Fast and Accurate Analytical Gradient: the Key for Routinely Performing Efficient 2D and 3D Resistivity Inversions. *Society of Petroleum Engineers*.
- Thomeer, J. H. (1960). Introduction of a pore geometrical factor defined by the capillary pressure curve. *Journal of Petroleum Technology*, 12(03), 73-77.
- Timur, A. (1968). An Investigation of Permeability, Porosity, and Residual Water Saturation Relationships for Sandstone Reservoirs. *The Log Analyst*, 30-48.
- Torres-Verdin, C., & Habashy, T. (2001). Rapid numerical simulation of axisymmetric single-well induction data using the extended born approximation. *Radio Science*, 36(6), 1287–1306.
- Torres-Verdín, C., Alpak, F. O., & Habashy, T. M. (2006). Petrophysical inversion of borehole array-induction logs: Part II—Field data examples. *Geophysics*, G261-G268.
- Tournon, F. (1996). *Simulation numérique 2D des sondes de résistivité électrique en forage*. Aix-Marseille 3: Thèse de doctorat en Géosciences de l'environnement.
- van Genuchten, M. T., & Nielsen, D. R. (1985). On describing and predicting the hydraulic properties of unsaturated soils. *Ann. Geophys*, 3(5), 615-628.
- Wang, G. L., Torres-Verdín, C., Salazar, J. M., & B., V. (2008). Fast 2D inversion of large borehole EM induction data sets with an efficient Fréchet-derivative approximation. *Geophysics*, 74(1), E75-E91.
- Washburn, E. (1921). The Dynamic of Capillary Flow. *Physical Review*.
- Waxman, M., & Smits, L. (1968). Electrical conductivities in oil-bearing shaly sands. *Society of Petroleum Engineers Journal*, v.8, 107-122.
- Windarto, Gunawan, A., Sukarno, P., & Soewono, E. (2012). Modelling of formation damage due to mud filtrate invasion in a radial flow system. *Journal of Petroleum Science and Engineering* 100, 99-105.
- Wright, H., & Woody, L. (1955). Formation evaluation of the Borregas and Seeligson Fields : Brooks and Jim Wells County Texas. *Symposium on Formation Evaluation*.

- Wu J., V. C. (2005). The Influence of Water-Base Mud Properties and Petrophysical Parameters on Mudcake Growthn Filtrate Invasion, and Formation Pressure. *Petrophysics*, vol 46,no 1, 14-32.
- Wu, J., Torres-Verdin, C., Sepehrnoori, K., & Delshad, M. (2001). Numerical simulation of mud filtrate invasion in deviated wells. *Society of Petroleum Engineers*.
- Wu, J., Torres-Verdin, C., Sepehrnoori, K., & Delshad, M. (2004). Numerical Simulation of Mud-Filtrate Invasion in Deviated Wells. *Society of Petroleum Engineers*.
- Wu, J., Torres-Verdin, C., Sepehrnoori, K., & Delshad, M. (2004). Numerical simulation of mud-filtrate invasion in deviated wells. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, 7(02), 143–154.
- Wyllie, M., & Spangler, M. (1951). The Application of Electrical Resistivity Measurements to the Problem of Fluid Flow in Porous Media. *Research Project 4-G-1 Geology Division Report No. 15*.
- Xu, C., & Torres-Verdín, C. (2012). Saturation-height and invasion consistent hydraulic rock typing using multi-well conventional logs. *SPWLA 53rd Annual Logging Symposium*.
- Xu, C., & Torres-Verdín, C. (2013). Pore system characterization and petrophysical rock classification using a bimodal Gaussian density function. *Mathematical Geosciences*, 45(6), 753-771.
- Yao, C. Y., & Holditch, S. A. (1996). Reservoir permeability estimation from time-lapse log data. *SPE Formation Evaluation*, 11(02), 69-74.
- Zeybek, M., Ramakrishnan, T. S., Salamy, S. P., & Kuchuk, F. J. (2004). Estimating Multiphase-Flow Properties From Dual-Packer Formation-Tester Interval Tests and Openhole Array Resistivity Measurement. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, 7(01), 40-46.



## NOMENCLATURE

<b>a</b>	Facteur de tortuosité	
<b>B</b>	Matrice de covariance d'ébauche	
$BQV_{cl}$	Facteur de conversion de Conductivité des argiles	$[S.m^{-1}]$
<b>F</b>	Facteur de formation	
<b>FWL</b>	Niveau d'eau libre	$[m]$
<b>g</b>	Constante de gravité terrestre	$[m.s^{-2}]$
$\gamma$	Tension inter-faciale	$[dynes]$
<b>k</b>	Perméabilité	$[mD]$
$k_r$	Perméabilité relative	$[mD]$
<b>LB</b>	Contraintes de bord inférieur	
<b>m</b>	Facteur de cimentation	
<b>n</b>	Exposant de saturation	
<b>NMR</b>	Nuclear Magnetic Resonance	
<b>P</b>	Pression	$[bar]$
$P_{form}$	Pression de formation	$[bar]$
$P_c$	Pression capillaire	$[bar]$
$P_d$	Pression de déplacement	$[bar]$
$P_m$	Pression correspondant à un seuil de pore moyen	$[bar]$
<b>q</b>	Débit	$[m^3/s]$
$q_{circ}$	Débit de filtration dynamique	$[m^3/s]$
<b>QVN</b>	Fraction d'eau liée aux argiles	
<b>R</b>	Résistivité	$[\Omega.m]$
<b>R</b>	Matrice de covariance des mesures	
<b>S</b>	Saturation	$[V/V]$
$S_t$	Saturation totale	$[V/V]$
$S_w^*$	Saturation normalisée	$[V/V]$
$S_{wirr}$	Saturation irréductible	$[V/V]$
$T_{circ}$	Durée de la filtration dynamique	$[s]$
$T_{stat}$	Durée de la filtration dynamique et de la filtration statique	$[s]$
<b>UB</b>	Contraintes de bord supérieur	
$V_{cl}$	Volume d'argile	$[V/V]$
$V_f$	Volume de filtrat	$[m^3]$
<b>x</b>	Vecteur des inconnus	
<b>y</b>	Vecteur des mesures	
$\lambda$	Index de distribution de tailles de pores	
$\mu$	Viscosité	$[cp]$
$\phi$	Porosité effective	$[V/V]$
$\phi_{cl}$	Porosité des argiles	$[V/V]$
$\phi_t$	Porosité totale	$[V/V]$
$\rho$	Densité	$[kg/m^3]$

## Nomenclature

### Unités

pu	Unité de porosité	[0, 100]
V/V	Ratio de volume	[0, 1]

### Indices

<i>o</i>	huile
<i>w</i>	eau
<i>cl</i>	argile

### Fonctions

$H(\cdot)$	Fonction d'Heaviside: $H(x < 0) = 0$ , $H(x \geq 0) = 1$
$\log(\cdot)$	logarithme en base 10

**ANNEXE 1 : PARAMETRES DE REFERENCE POUR L'ANALYSE DE SENSIBILITE**

Paramètre	Valeur	Unité
$m$	2	
$n$	2	
$S_{wirr}$	0.1	$V/V$
$\phi$	0.2	$p.u. (porosity units)$
$KP_d$	100	$md. atm$
$\lambda$	1.2	
$T_{circ}$	50	$h$
$q$	0.003	$m^3/m/h$

**Paramètres de référence pour l'analyse de sensibilité (chapitre 3 paragraphe 1.3)**

**ANNEXE 2 : ARTICLE DE CONFERENCE POUR LA PRESENTATION DONNEE A LA  
SPWLA EN JUIN 2017**

# HOW THE INVASION ZONE CAN CONTRIBUTE TO THE ESTIMATION OF PETROPHYSICAL PROPERTIES FROM LOG INVERSION AT WELL SCALE?

Thibaud Vandamme, Emmanuel Caroli (TOTAL), Serge Gratton (ENSEEIH)

Copyright 2017, held jointly by the Society of Petrophysicists and Well Log Analysts (SPWLA) and the submitting authors.  
This paper was prepared for presentation at the SPWLA 58<sup>th</sup> Annual Logging Symposium held in Oklahoma City, Oklahoma, USA, June 17-21, 2017.

## ABSTRACT

In a conventional formation evaluation process, the mud filtrate invasion in the near wellbore is considered as a bias which is corrected from logs before any petrophysical evaluation. The developments presented in this paper show that the invasion zone is a valuable source of information to estimate dynamical properties that generally come only from core measurements such as permeability, relative permeabilities, capillary pressure curves and formation factor.

In this approach, the invasion process is not simulated in itself as it would lead to a very unstable inverse problem within the time frame of the logging. On the contrary, it considers the fluids in the invaded domain as radially equilibrated and solves the fluid distribution governed at first order by capillary pressures. Due to the multimodality of the inverse problem and the uncertainties related to the mud-filtrate parameters, the invasion zone is jointly inverted with the vertical capillary equilibrium at field scale describing the vertical water saturation profile in the reservoir for each facies. The following workflow is then used:

- First, the invasion is solved in the water intervals while inverting the resistivity logs. The resolved parameters are the local volume of filtrate, pseudo-permeabilities and cementation factors at each depth. At the end of this step, we get an insight of the number of petrofacies and the correlation between permeabilities and porosities inside each of these;
- Then, the inversion in itself is carried out in the hydrocarbon zone by exploiting the grouping from the first step. The vertical capillary equilibrium is added and updates permeabilities (absolute and relative) as well as capillary pressure models for each facies.

In the context of this paper, we present a vertical well and consider a radial oil base mud invasion. We also assume isotropic petrophysical parameters. The final

results are compared to all available sources of data such as NMR, WFT and cores for permeabilities, formation factor and capillary pressure curves.

The ultimate added value of such an approach is to bridge static and dynamic petrophysical parameters from a single source of data: logs. It provides a reliable first guess of petrophysical and reservoir parameters at an early stage of the well evaluation. It also ensures an overall consistency of the formation model for the whole range of facies and fluid configurations. The technique can even help in the formation heterogeneity and petrophysical upscaling when run in a multiwell configuration.

The method can be generalized to any mud systems. In the case of water base mud, it could potentially resolve the relationship between drainage and imbibition which would be of significant interest for field simulation and production forecast.

## INTRODUCTION

Well-logs have all different depths of investigation around the well bore: from a few centimeters for Density, Neutron Porosity, and shallow resistivity to more than one meter for deep resistivity. Conventional interpretations often make a piston-effect hypothesis. The near well bore is divided into two zones with homogeneous parameters inside each of them. Fluid substitution in the invaded zone is not modeled by physical laws but simply by volume balance:  $Vol_{UWAT} + Vol_{UHC} = Vol_{XWAT} + Vol_{XHC}$ . Each log is then considered to read entirely in either one of these regions at a time. When this assumption is not possible, corrections are made to give one value in the flushed zone (e.g.  $R_{xo}$ ) and one value in the virgin zone (e.g.  $R_t$ ).

The flushed zone is therefore generally considered as a bias that needs to be removed and corrected. Neither petrophysical nor dynamical information are retrieved from it via logs, which are only used to evaluate volumes. Subsequently, all dynamical information are

coming from core laboratory measurements and production data (DST); these two sources of information are both local and discrete, expensive when compared to logs and consequently quite rare over a field. The dynamic data require to be distributed vertically with logs along well sections thanks to statistical and up-scaling techniques. This requires complete and unbiased dataset covering all reservoir facies. Such a condition is generally difficult to achieve at the early stages of the field appraisal and pushes the dynamic evaluation late in the field study, after core and production tests synthesis. However, unexploited data resides in the logs. As long as the fluid distribution in the near-well bore can be properly resolved, the invasion process that obeys to dynamic rules could lead to retrieve *in situ* dynamic and petrophysical properties for every reservoir facies. The only condition is that invasion happens in the domain covered by the logs reading. In order to achieve that, an interpretation process needs to solve the physical equations describing the mud-filtrate invasion. Thus, it may be possible to get access very early in the field evaluation process to dynamic properties. The benefit of this could be to better design core acquisitions and DST's. This would be in addition an essential piece of information for the upscaling phase since logs represent an intermediate scale between laboratory experiments and well-tests.

This paper presents a method to evaluate whether logs are sensitive enough to mud-filtrate invasion and, if positive, to estimate dynamic and petrophysical parameters out of it. Such an approach has already been attempted in the past. Wu *et al* (2001,2005), based on the model built by Chenevert *et al*, (2001) on the invasion flow rate, developed a finite differences invasion simulator by coupling flow and mud-cake equations. Alpack *et al*, (2006, 2011) used this work to invert permeabilities from resistivity logs. Salazar *et al*, (2008) made a sensitivity analysis on petrophysical and mud-cake parameters to evaluate their effects on resistivity measurements. Finally, Heidari *et al*. (2012) attempted a complete petrophysical inversion with estimation of permeabilities and capillary pressure curves from resistivity and nuclear logs. The use of multi-physics measurements helped to reduce non-uniqueness in estimation of dynamic and petrophysical properties. Xu *et al.*, (2012) used the invasion simulator to introduce a new method for hydraulic rock typing based on conventional logs.

All these attempts suffer from several pitfalls. The solution of the inverse problem is generally not unique and the simulation of the mud-filtrate invasion is quite

costly. The reason is the deterministic forward simulation of the whole sequence of invasion, with second-order phenomena, while logs are generally not sensitive to the sequence of invasion as they are done most generally after equilibrium between mud-filtrate and the native fluids. Furthermore, the exact knowledge of the history of invasion is practically impossible in any classical logging situation. Logs are generally run at inappropriate time: too soon for LWD (the invasion has just started) or too late for WL (the invasion is nearly finished). Our approach considers the fluids in the invaded domain as radially equilibrated and solves the fluid distribution as governed at first order by capillary pressures. The first part of this paper presents the modelization of the problem based on this assumption of radial equilibrium. The second part shows the methodology used to make a complete petrophysical inversion on a field-case. Then, the third part presents and discusses the inversion results.

## MODELIZATION OF THE PROBLEM

The central part of the log-petrophysical inversion consists in the invasion model and the physical description of the fluid equilibrium. Note that the formulations developed in this paper are for an oil-base mud as this type of mud still represents the majority of drilling conditions. It also ensures the direct access to drainage curves in the water-bearing intervals.

### *Modelization of the mud filtrate invasion.*

When invading a water-bearing zone, mass conservation for water and mud gives:

$$\frac{\partial(\phi\rho_w S_w)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_w q_w) \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\phi\rho_o S_o)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_o q_o) \quad (2)$$

Where subscript *w* stands for water and *o* for oil (oil base mud in such a case),  $\rho$  is density,  $S$  is saturation and  $q$  flow-rate. Darcy law gives flow rates for each phase:

$$q_w = -\frac{k_{rw} \cdot k}{\mu_w} \nabla P_w \quad (3)$$

$$q_o = -\frac{k_{ro} \cdot k}{\mu_o} \nabla P_o \quad (4)$$

Where  $k$  is permeability,  $k_r$  relative permeability,  $\mu$  viscosity and  $P$  pressure. For the considered system, the saturations are necessarily related each other by:

$$S_w + S_o = 1 \quad (5)$$

Capillary pressures are introduced to express the differential of pressure between water and oil:

$$P_c = P_o - P_w \quad (6)$$

After this quite conventional formalism, additional hypotheses are used in order to simplify the problem. Our approach considers the fluids in the invaded domain as radially equilibrated and governed at first order by capillary pressures only. Thus, the compressibility term is neglected. Furthermore, gravitational effects are not taken into account and the temperature is supposed to be radially constant. With these hypotheses, equations (1) to (6) give the following system in a cylindrical geometry:

$$\mu_w \phi \frac{\partial S_w}{\partial P_c} \cdot \left( \frac{\partial P_o}{\partial t} - \frac{\partial P_w}{\partial t} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot k \cdot k_{rw} \cdot \frac{\partial P_w}{\partial r} \right) \quad (7)$$

$$\mu_o \phi \frac{\partial S_w}{\partial P_c} \cdot \left( \frac{\partial P_w}{\partial t} - \frac{\partial P_o}{\partial t} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot k \cdot k_{ro} \cdot \frac{\partial P_o}{\partial r} \right) \quad (8)$$

Bound constraints are given by:

$$\lim_{r \rightarrow r_{well}^+} 2\pi \cdot r \cdot k \cdot k_{ro} \cdot \frac{\partial P_o}{\partial r} = \mu_o \cdot q \quad (9)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} P_w = P_{form} \quad (10)$$

Where  $P_{form}$  is the static formation pressure and  $q$  the incoming mud filtrate flow rate. Finally, the following initial condition completely determine the problem:

$$P_o(t=0) = P_w(t=0) = P_{form} \quad (11)$$

#### Capillary and relative permeability formalisms

Among the large number of capillary functions that exist in the literature [Brooks *et al.* (1966), Van

Genuchten *et al.* (1980), Kosugi *et al.* (1996), Xu *et al.* (2013)], the Brook-Corey formalism was selected because widely used in the reservoir domain and easy to implement. It expresses saturation function of capillary pressure [Brooks *et al.*, 1966] as follows:

$$P_c = P_d \cdot \left( \frac{S_w - S_{wirr}}{1 - S_{wirr}} \right)^{-\lambda} \quad (12)$$

Where  $P_d$  is the displacement pressure,  $S_{wirr}$  the irreducible water saturation and  $\lambda$  the pore size distribution index. Relative permeability for the non-wetting phase is selected from the Burdine formalism [Burdine *et al.*, 1953]:

$$k_{ro} = (1 - S_w^*)^2 \cdot \frac{\int_{S_w^*}^1 \frac{dS_w^*}{P_c^2}}{\int_0^1 \frac{dS_w^*}{P_c^2}} \quad (13)$$

Where  $S_w^*$  is normalized saturation and  $P_c$  is capillary pressure. Combinations of Burdine and Brook-Corey formalisms come to:

$$k_{ro} = (1 - S_w^*)^2 \cdot (1 - S_w^{*\frac{2+\lambda}{\lambda}}) \quad (14)$$

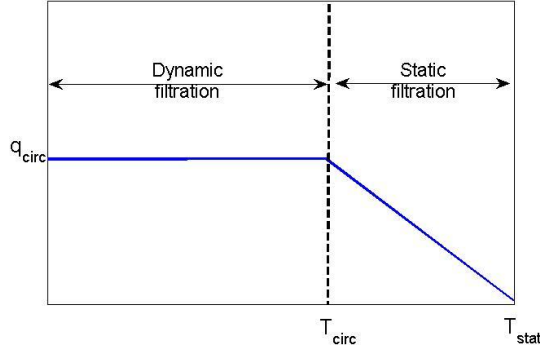
Such choices to express capillary pressures and relative permeabilities do not impact significantly the inverted water saturation. Different functions have been tested and have not changed the nature of the results. The model that best fits a  $P_c$  and  $kr$  dataset representative of a study case is the one to use; the approach presented in this paper is indeed compatible with any type of petrophysical laws.

#### Modeling hypotheses

After series of forward modeling in reservoir sections, the filtration process can be summarized as in Figure 1. During the mud filtrate invasion, different regimes of filtration occur:

- First, the mud-cake is thickening by aggregation of the solid particles contained in the mud. This is the first static filtration phase. During this phase, flow rate is proportional to  $\frac{1}{\sqrt{t}}$ ;
- Then, mud-circulation in the well annulus erodes the mud-cake that cannot thicken anymore. This is the dynamic filtration. During this phase, the flow rate can be

- considered as constant;
- Finally, after the end of circulation, a second static filtration phase occurs, until mud-cake becomes gradually impermeable.



**Fig. 1** Synthetic flow rate history as obtained for reservoir formations

In this paper, the first static filtration phase is neglected as generally limited to a few hours in most of simulations. The most effective sequences for filtration are both the dynamic and the final static filtration. They are mostly dictated by the exposure time of a formation and linked to the Rate of Penetration, distance to TD and the duration of circulation after drilling.

With these hypotheses, the dynamic filtration flow rate  $q_{circ}$  is the only unknown. At a given depth, the cumulative Rate of Penetration to TD and the duration of circulation after drilling provides  $T_{circ}$  while the date of acquisition of logs gives the maximum duration of the static filtration that constrains  $T_{stat}$ .  $q_{circ}$  is then related to the total volume of mud-filtrate invasion with:

$$q_{circ} = \frac{V_f}{T_{circ} + 2\sqrt{T_{circ} \cdot (\sqrt{T_{stat}} - \sqrt{T_{circ}})}} \quad (15)$$

Where  $V_f$  is the total volume of mud-filtrate. Thus, once  $V_f$  is known, the flow rate history is also defined. Note that if one of the simplifications made above is not valid, it will translate into a bias in the equivalent apparent dynamic flow rate  $q_{circ}$  used only as bound constraint to the flow model.

Finally, if the near wellbore is considered at equilibrium, the radial water pressure does not evolve with radius and it comes to the final expression used in this paper:

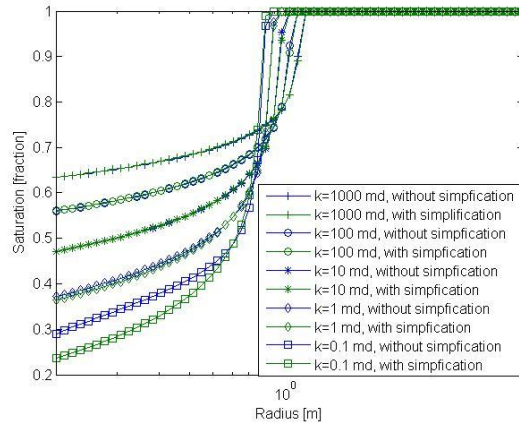
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot k \cdot k_{ro} \cdot \frac{\partial P_c}{\partial S_w} \cdot \frac{\partial S_w}{\partial r} \right) = \mu_o \phi \cdot \frac{\partial S_w}{\partial t} \quad (16)$$

The bound and initial constraints are given by:

$$\lim_{r \rightarrow r_{well}^+} 2\pi \cdot r \cdot k \cdot k_{ro} \cdot \frac{\partial P_c}{\partial S_w} \cdot \frac{\partial S_w}{\partial r} = -\mu_o \cdot q_{circ} \quad (17)$$

$$S_w(t = 0) = 1 \text{ for a water zone} \quad (18)$$

This is a non-linear partial differential diffusion equation whose resolution is quicker than solving the system of equation (7) to (11). For good reservoirs, the assumption of uniform water pressure around the wellbore at logging date is quite reasonable. Indeed, figure 2 shows different water saturation profiles obtained for a 0.2 V/V porosity reservoir after 100h of filtration and different permeabilities. Computations are done with equations (7) to (11) on the one hand (blue) and (17) to (18) on the other hand (green). The differences between the two formalisms can be observed only for permeabilities less than 1 mD, hence reservoirs of low petrophysical quality and potentially poorly invaded. But for all permeable formations ( $\geq 1$  mD), the simplification is equivalent to the full system of equations, with faster numerical performances and easier to combine with external constraints.



**Fig. 2** Water saturation profiles for different permeabilities, computed either with equations (7) to (11) (without simplification) or (17) to (18) (with simplification).



### Petrophysical constraint

From equation (16) and after expressing the  $\frac{\partial S_w}{\partial P_c}$  terms with the Brook Corey formalism, one can identify a diffusion-like equation with coefficient  $D$  as follows:

$$D = k \cdot k_{ro} \cdot \frac{\partial P_c}{\partial S_w} \quad (18)$$

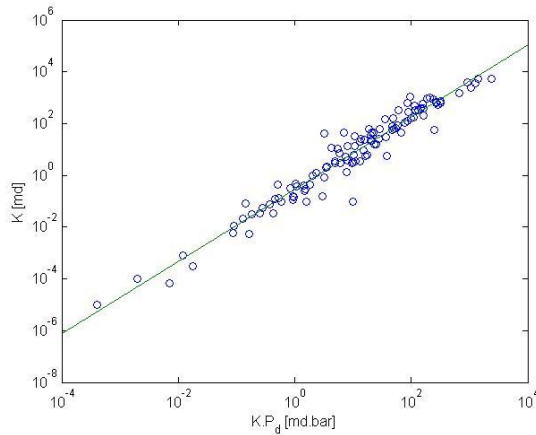
Which gives:

$$D = (1 - S_w^*)^2 \left(1 - S_w^{*\frac{2+\lambda}{\lambda}}\right) \frac{K \cdot P_d}{\lambda \cdot (1 - S_{wirr})} S_w^{*-\frac{1+\lambda}{\lambda}} \quad (19)$$

When solving the diffusion equation in the invaded zone,  $K$  and  $P_d$  will play the same role, therefore, the parameter that will be effectively inverted is neither  $K$  nor  $P_d$  but the product  $K \cdot P_d$ .  $K$  and  $P_d$  require an external constraint to be individually solved. Such a constraint is obtained through an empirical relationship of this kind:

$$\log(K) = a_1 + a_2 \cdot \log(K \cdot P_d) \quad (20)$$

Where  $a_1$  and  $a_2$  are computed thanks to an analysis carried on an internal laboratory dataset made of 114 validated measurements that cover a wide range of sandstone and carbonate reservoirs. A pretty good correlation can be obtained between  $K \cdot P_d$  and permeability (cf. figure 3) with a correlation ratio  $R^2 = 0.95$  and coefficients  $a_1 = -0.545$  and  $a_2 = 1.39$ .



**Fig. 3**  $K$  versus  $K \cdot P_d$  for 114 validated laboratory measurements for clastics and carbonates

Other correlations between  $K$  and capillary

pressure parameters have been referenced in the literature and can be used also [Swanson *et al.*, 1981, Purcell *et al.*, 1949, Huet, 2005]. It should be noted that  $a_1$  and  $a_2$  have been computed for parameters obtained in laboratory condition, with an interfacial tension of 480 dyne/cm. Normalization with the reservoir interfacial tension has to be made when this relationship is used.

### Log modeling

In the next step, the radial water saturation profile obtained from the diffusion equation is converted into a resistivity profile thanks to a classical Juhasz approach with Waxman-Smiths formalism:

$$\begin{cases} S_t(r) = \frac{S_w(r) \cdot \phi + V_{cl} \cdot \phi_{cl}}{\phi_t} \\ QVN = V_{cl} \cdot \frac{\phi_{cl}}{\phi_t} \\ m^* = m + k_1 \cdot QVN + k_3 \cdot QVN^2 + k_4 \cdot QVN^3 \\ F^* = \frac{a}{\phi_t^{m^*}} \\ R(r) = \left[ \frac{S_t^n(r)}{F^*} \cdot \left( \frac{1}{R_w} + \frac{BQV_{cl} \cdot QVN}{S_t(r)} \right) \right]^{-1} \end{cases} \quad (21)$$

Where  $V_{cl}$  is the volume of wet clay,  $\phi_t$  is total porosity,  $\phi_{cl}$  is clay porosity,  $m$  is cementation factor,  $n$  is saturation exponent,  $a$  is tortuosity factor and  $S_t$  is total saturation.

In a new step, the  $R(r)$  profile is used to simulate resistivity logs. At the time being, to simplify the problem in a first attempt, induction tool sensitivity functions have been used. They represent the radial response of the five resistivity measurements as obtained by a sensitivity analysis based on a forward modeling of the effective tool in the same petrophysical context as the study case. However, a full tool modeling would ensure a perfect coupling with the petrophysical inversion. This solution, too costly in terms of computation time, will be evaluated in a later development phase.

The cumulative response of the resistivity tool is expressed as followed:

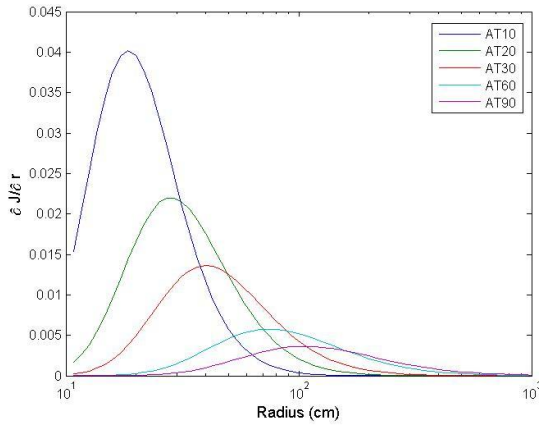
$$J_i(r) = a_i \cdot \tanh(b_i \cdot r)^{c_i} \quad (22)$$

Parameters  $a_i$ ,  $b_i$  and  $c_i$  have been inferred from resistivity simulations with Maxwell equations for

a decade comprised between 1  $\Omega$ .m and 10  $\Omega$ .m. Resistivity logs are then obtained with:

$$R_i = \int_{r_{well}}^{+\infty} \frac{\partial J}{\partial r}(r) \cdot R(r) dr \quad (23)$$

Where  $R_i$  are the simulated resistivities,  $i=1..5$  for AT10, AT20, AT30, AT60 and AT90.



**Fig. 4** Sensitivity functions for induction resistivity logs

Such a forward model can potentially simulate all logs, including nuclear logs. However, the shallow and redundant readings of the neutron and density as well as their poor sensitivity to saturation (in case of liquid hydrocarbon, excluding Sigma capture) revealed to be un-efficient in the inversion process. Consequently, the rest of the paper will focus only on resistivities.

Last step, a classical log interpretation is run to initiate the model with porosity, mineral volumes and uncertainties (with a stochastic approach) as well as a first guess of saturations (flushed zone saturation  $S_{xo}$  and virgin zone saturation  $S_w$ ). These results are used with a by-default petrophysical set of parameters to simulate the 5 resistivity logs and start the inversion process. The objective is then to update and optimize the petrophysical guess ( $P_c$ ,  $kr$  per facies) to fit the resistivity distribution in the invaded zone for all depths.

## THE PETROPHYSICAL INVERSION

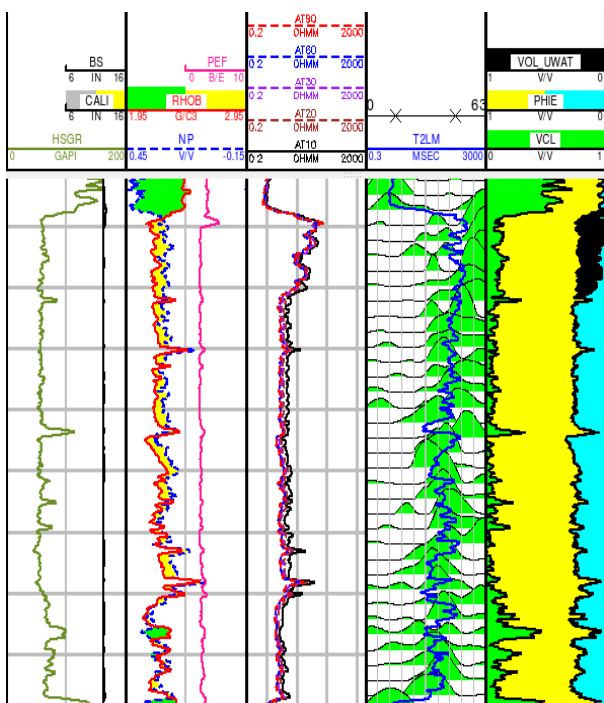
A study case was selected for this paper to illustrate all the capabilities of the method – cf. Fig. 5. However, the petrophysical inversion has been run on a wider set of wells of various geological context (clastic and carbonate) and log quality.

### *Presentation of the study case*

The well was drilled with OBM. It penetrated multiple clastic turbiditic sequences made of stacked massive channels and lateral levees with locally some debris flows. The system is sealed internally by massive hemipelagites. When in channel axis, the net is almost 100% with an effective porosity around 22-25 pu and a slight clay content never exceeding 5%. Calcite cementation may occur locally and reduces porosity to almost zero in meter-thick beds. Levees facies are on the contrary made of thinner sand layers (from 5 m down to decimeter thick), a bit more shaley (up to 15%) and less porous (18-20 pu effective porosity). Such facies are petrophysically speaking equivalent to channel sands, simply more degraded (same textural fabric with higher clay content). Multiple hydrocarbon pools could be proven – the oil is light and ranges between 0.6 – 0.7 g/cc, 1000 – 2200 Scf/Bbl and 30-40°API. Water salinity is around 10-12 g/L all along the section. All facies could be recognized either oil or water bearing at well path.

Conventional quad-combo logs were acquired in LWD and wireline; LWD did not show any significant invasion while wireline resistivities, logged days after end of drilling, did. Some extra logs were also run such as NMR and pressure tests with a dedicated mobility procedure.

Finally, note that all rock material is coming from rotary side wall cores, depth located thanks to imagery.



**Fig. 5** Study case layout: log data and interpretation

*Vertical scale: 10 m between two divisions*

### *Petrophysical inversion workflow*

All developments presented here after are run over a thick uniform oil and water bearing interval for which a batch of lab measurements from plugs is available. The petrophysical inversion is carried out in three main steps.

*Step #1 - Inversion of the water zone.* The water zone is the first interval to be inverted in case of OBM when clear resistivity contrast exists (to get stable inversion) in order to capture first drainage curves for the OBM/formation water fluid system. The objective is to iterate petrophysical and dynamic parameters at each depth individually by solving the following problem:

$$\min_{LB < x < UB} ||h(x) - y||_{W^{-1}}^2 \quad (24)$$

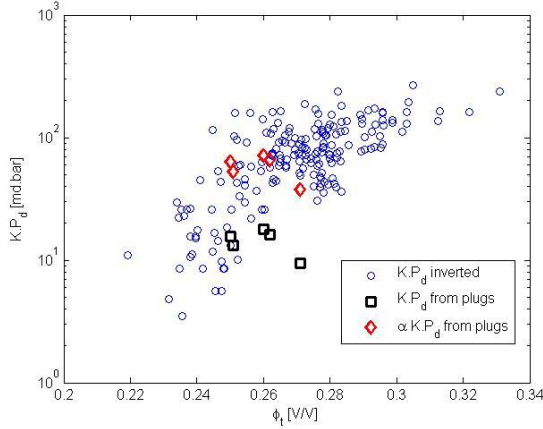
Where  $x$  is the vector containing the unknown parameters,  $LB$  and  $UB$  are lower and upper bound constraints,  $W$  is the matrix containing the uncertainties on the log measurements,  $h$  is the forward model (as described in the section before) and  $y$  is the vector containing the logs. To ensure the well-posedness of the

problem, only three degrees of freedom are considered in the inversion:

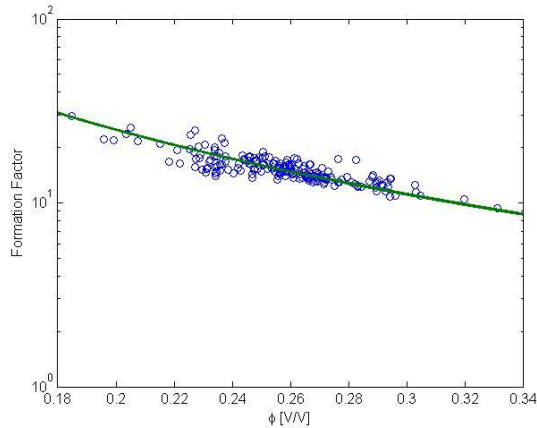
- One related to the petrophysical parameters ( $S_{wirr}$ ,  $\lambda$  or  $K.P_d$ )
- One related to the volume of filtrate which has entered the formation ( $q_{circ}$ ,  $T_{circ}$  or  $T_{stat}$ )
- One related to the resistivity equation ( $R_w$ ,  $m$  or  $n$ )

First, in our study case, a NMR log is available and constraints irreducible water saturation for each depth.  $\lambda$ ,  $K$  and  $P_d$  remain not known. In the inversion,  $\lambda$  is fixed initially at an arbitrary value and the petrophysical unknown is  $K.P_d$ .  $\lambda$  will be re-estimated during the joint-inversion of the hydrocarbon zone. Second, all resistivity logs are acquired very quickly after the end of circulation (24 hours). In our approach, we suppose the radial equilibrium to be reached when logs are acquired. The date of logging is considered as an upper limit for the end of static filtration. Since the formation is of good permeability, we suppose that the mud-cake became impermeable quickly and that fluids could equilibrate 24 hours after the end of circulation.  $T_{circ}$  is given at each depth thanks to the ROP curve. The second unknown is consequently the volume of filtrate, from which we can compute  $q_{circ}$ . Finally, fluid sampling and logs provide some values of  $R_w$ , which are interpolated for all levels.  $n$  is also determined thanks to plugs measurements. The third unknown in this case is the cementation factor  $m$ . The unknown vector to be inverted at each depth is  $x = (K.P_d, V_f, m)$ .

The constrained minimization problem is solved for each depth with sequential programming algorithm. Gradient is approximated with finite differences. The problem is stable and does not depend on the starting point. Two hundred depth-levels could be inverted in the water zone of the study-case. Results for  $K.P_a$  and formation factor are shown figures 6 and 7 function of effective porosity (not inverted, computed from conventional volumetric optimization approach).



**Fig. 6** Inverted  $K.P_d$  in the water zone function of log-derived total porosity (blue points),  $K.P_d$  from plugs measurements (black squares) and  $\alpha.K.P_d$  from plugs measurements, where  $\alpha$  is a scalar factor allowing  $K.P_d$  from plugs to be in line with inverted permeabilities (here,  $\alpha = 4$ )

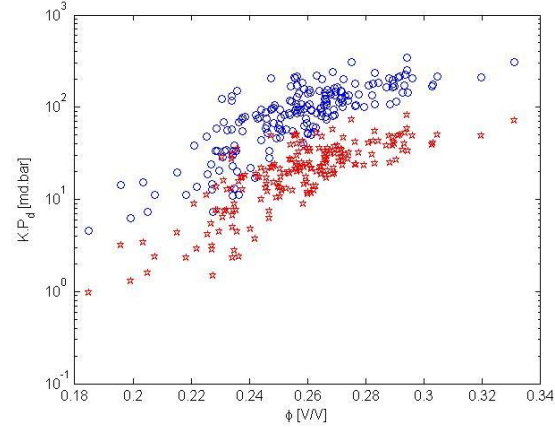


**Fig. 7** Inverted Formation factor in the water zone function of log-derived effective porosity. Green line represents the equation for formation factor with  $m = 2$ :  $F = \frac{1}{\phi^2}$

The inversion results (independent for each depth) display a correlation between  $K.P_d$  and effective porosity (cf. Fig. 6):  $K.P_d$  grows linearly with porosity on a semilog scale in the same proportions as for plug data. Dynamical properties distribution is consequently well captured by the inversion within one facies, but not their absolute values. It also emphasizes the fact that the permeability term in the  $K.P_d$  product is preponderant

over the displacement pressure – note indeed that the inversion was run over a unique facies, hence a single rock fabric with a quite homogeneous capillary entry pressure. In addition, Figure 7 shows that the inverted formation factor is coherent with the cementation factor of 2 which was used for the conventional log interpretation.

The previous inversion result is obtained for an arbitrary choice of pore-throat size index  $\lambda$  of 1.5. It is quite reasonable to take the same value for all the depth levels since the petro-facies considered is quite homogenous and uniform. Nevertheless, the absolute value of the  $\lambda$  parameter cannot be derived from the inversion process alone as there are not enough degrees of freedom left in the water zone. Figure 8 shows two results of inversion for two different values of  $\lambda$ . The same distribution is obtained with different  $K.P_d$  amplitudes.



**Fig. 8** Inverted  $K.P_d$  in the water zone function of effective porosity for  $\lambda = 1.5$  (blue points) and  $\lambda = 0.6$  (red stars)

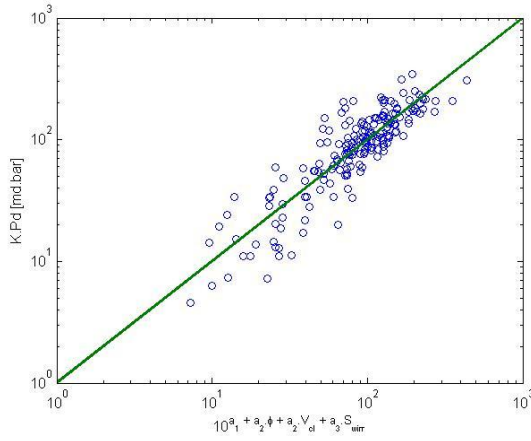
The inversion needs to be run in conjunction with the hydrocarbon zone to get a calibrated  $\lambda$  parameter, hence the absolute value of  $K.P_d$  (cf. next section with field-scale constraints). However, even if not properly adjusted yet, the inverted  $K.P_d$  result obtained at each depth displays a relationship of the following form:

$$\log(K.P_d) = a_1(\lambda) + a_2 \cdot \phi + a_3 \cdot V_{cl} + a_4 \cdot S_{wirr} \quad (25)$$

Results for  $\lambda = 1.5$  are given in the following table:

$a_1$	0.807
$a_2$	5.695
$a_3$	-2.742
$a_4$	-1.764

**Table 1** – Coefficients of the  $K.P_d$  regression with static parameters from inversion of the OBM invasion in the water zone (over a unique facies) ( $R^2 = 0.77$ )

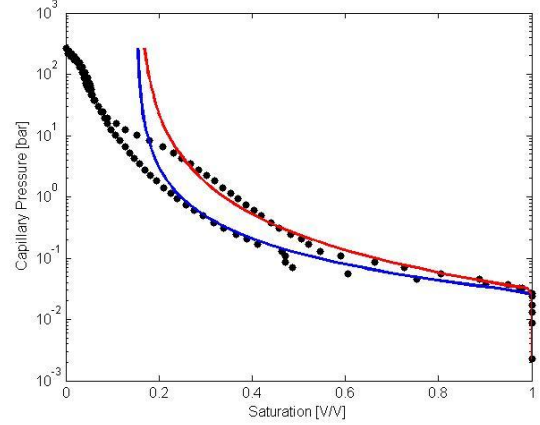


**Fig. 9** Inverted  $K.P_d$  for  $\lambda = 1.5$  in the water zone function of effective porosity, clay volume and irreducible saturation ( $R^2 = 0.77$ )

This apparent relationship, not constrained in itself in the inversion, is not fortuitous and captures the main drivers of the differential invasion behavior of the rock facies at log scale. Such a relationship gets a close form with a Woody-Wright-Johnson expression (WWJ) [Søndena *et al.*, SCA 1992]:

$$\log(P_d) - a_1(\lambda) - a_4 \cdot S_{wirr} = a' \cdot \log\left(\frac{\phi}{K}\right) + a_3 \cdot V_{cl} \quad (26)$$

It depicts the link between static and dynamic parameters: the 4 coefficients  $a_i$  capture the internal textural organization of the facies that controls its dynamic properties, hence its ability to get invaded. Each facies is then fully characterized by such a function, a **unique textural continuum with varying clay content and porosity** – Fig. 10.



**Fig. 10** Example of capillary curves inverted within a same petro-facies (same WWJ function) with variable clay content and porosity (blue:  $\Phi = 19.5$  pu,  $V_{cl} = 11.5\%$ ,  $K = 400$  mD, red:  $\Phi = 17.7$  pu,  $V_{cl} = 19.4\%$ ,  $K = 170$  mD)

Consequently, at the end of the first inversion step on the training water zone, each WWJ facies function is potentially defined and links formation parameters between each other. One can note however that the  $a_1$  coefficient depends on  $\lambda$ . Thus,  $K.P_d$  is still under-determined and constrained by the value of  $\lambda$ , which is supposed to be unique per facies.

The purpose of the next section is now to test the facies functions with the hydrocarbon bearing zones to ensure the correct prediction of water saturation along the column at field scale versus the resistivity derived  $S_w$ . This new phase can also update the petrophysical model and solve extra-unknowns.

*Step #2 - Inversion of the hydrocarbon zone.* After the inversion of the radial capillary equilibrium depth by depth in the invaded domain (water zone), a new constraint is added to the system with the hydrocarbon zone where the same  $P_c$  functions should explain the vertical capillary equilibrium at field scale. This latter is expressed the following way:

$$P_c(z) = H(z - FWL)(\rho_w - \rho_{hc})g(z - FWL) \quad (27)$$

Where  $H$  is the Heaviside function,  $\rho_w$  the density of water,  $\rho_{hc}$  the density of the hydrocarbon,  $z$  the vertical depth and  $FWL$  the free water level.

The vertical saturation profile is then computed with (12), where  $P_c$  is given by (27), and compared to the



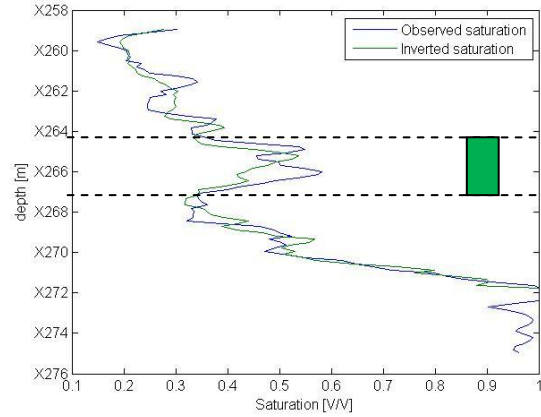
saturation derived directly from the deep resistivity from classical Archie-based approaches. In case of thick transition zone with movable water, log resistivities are inverted to ensure a proper deep resistivity evaluation. Irreducible saturations are derived from NMR and used as constraint. Finally, the WWJ facies function trained on the water zone is used to get displacement pressures: for a given facies and  $\lambda$ , displacement pressures are computed with equation (25) and (20).

Thus, the two parameters that can be inverted from the hydrocarbon zone are  $\lambda$  and  $FWL$ . The inversion is made by minimizing the following cost function at each depth:

$$\min_x \left\| \frac{S(x) - S_w}{S_w} \right\|^2 \quad (28)$$

Where  $x = (\lambda, FWL)$ ,  $S$  is the saturation model and  $S_w$  the saturation derived from resistivity. A Gauss-Newton algorithm is used to solve the minimization problem. The problem is well-posed and has a unique minimum over a wide range of value for  $\lambda$  and  $FWL$ .

Inversion result is displayed in Figure 11 with saturation computed by inverting the vertical capillary equilibrium (green) and the one directly inferred from resistivity (blue). The inverted value for  $\lambda$  is uniformly 0.7, which is quite different than the arbitrary value taken in the inversion of the water zone ( $\lambda = 1.5$ ). The  $\lambda$  parameter does not vary much in the hydrocarbon zone and confirms the hypothesis of unique facies over the section. In addition, the full inversion has captured both, the vertical saturation distribution and the heterogeneities overprint inside the petro-facies (between X264 and X268 m, green tag in Fig. 11). It demonstrates that the water zone invasion model is compliant with the vertical saturation profile within the hydrocarbon zone, that the facies along this section is the same (with simply internal porosity-clay content variations) and that the classical Archie-approach is Pc-compliant in this example. It indirectly confirms the choices made by the interpreter to use uniform  $m$  and  $n$  exponents as well as the clay correction model.

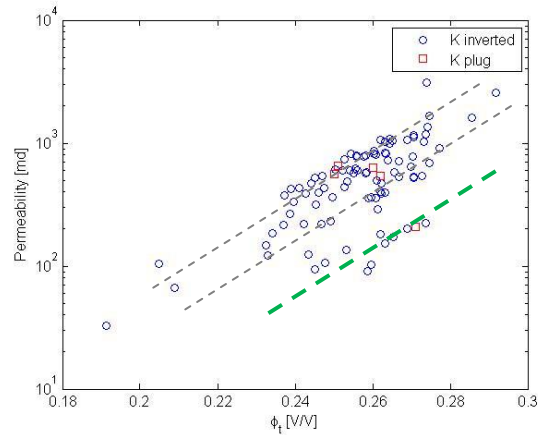


**Fig. 11** Inverted saturation profile (green) vs. saturation derived from resistivity (blue). In green, internal facies variation with larger clay content and saturation overprint

### Step #3 – Petro-model update and parameters decoupling

All petrophysical parameters are calibrated and can be used to update the overall model. The  $\lambda$  parameter from the hydrocarbon zone leads to revise  $K$  and  $P_d$  at each depth in the water interval thanks to equation (20). Then, in the hydrocarbon section, variations on the  $\lambda$  parameter are allowed to get a perfect match with saturation. The vertical saturation is then transformed for each depth into independent  $P_d$  and  $K$  parameters thanks to (12), (27) and (20).

Global results after the three inversion steps are given in figure 12 and 13.



**Fig. 12** Inverted permeability within hydrocarbon zone function of total porosity (blue circles) along with plug

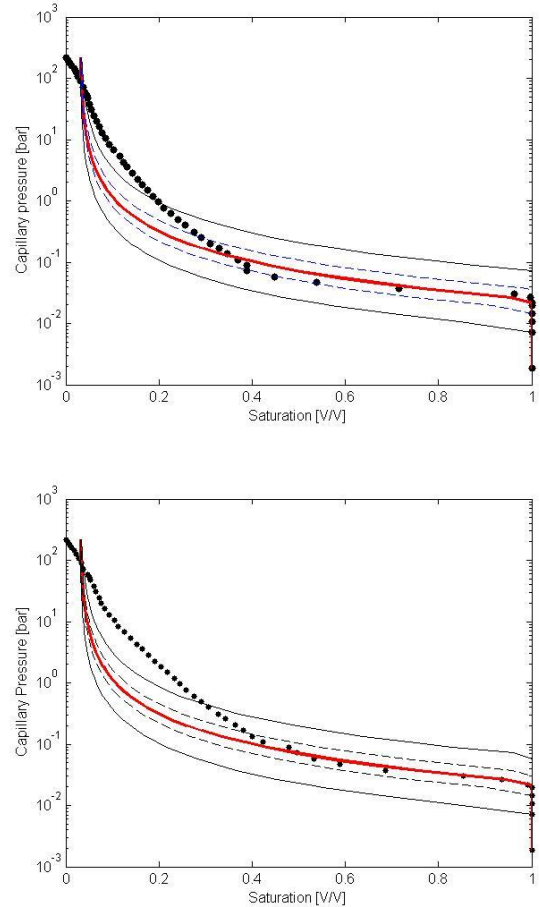
permeabilities (red squares)

Plug permeabilities are in line with inverted permeabilities, both, in trend and absolute values. The internal facies heterogeneity is also captured by the inversion with same dispersion of permeabilities with plugs (cf. dashed lines). Such a spread is explained, within a facies, by the gradual change of the rock fabric (cf. green interval in Fig. 11 located in Fig. 12 around the green dashed line), probed by water saturation, and caused by clay plugs at pore throats that increase significantly irreducible water saturation.

Result for capillary pressure is shown in figure 13 for two different depths (X861 m and X862.7 m). Inverted capillary pressure curves fit laboratory results from plugs, at least for saturation superior to 0.4 V/V. A sensitivity analysis by adding Gaussian noise on equations (20) and (25) estimates uncertainties on the  $P_c$  function and does confirm the fit obtained from inversion alone. The misfit observed for low water saturations can be explained by:

- The capillary pressure model is not fully adapted. Effective capillary pressure cannot be modeled by a unique Brook Corey formalism for the selected facies;
- The training model is mostly sensitive to low  $P_c$ . Indeed, the inversion is trained mostly on the invasion behavior over the water zone primarily driven by the capillary entry pressure;
- The hydrocarbon zone contributed to the inversion over a thin interval. The hydrocarbon bearing zone thickness does not exceed 15 m, hence does not contribute to the inversion beyond 0.5 bar.

All that put together, it appears that the inversion method cannot estimate capillary pressures beyond the range probed by logs at the well path. The approach is only able to translate into  $P_c$  the main saturation driver: entry pressure if the model is dominated by the water zone, Swirr if the training section is made of a long hydrocarbon interval at irreducible saturation and the  $\lambda$  exponent if the interval is covered by a thick transition zone. The misfit with real  $P_c$  curves is not a bias but translates simply the lack of sensitivity of the log data to some parameters. Confidently, the approach preferably fits the main  $P_c$  drivers.



**Fig.13** Inverted capillary pressure: median (in red), 25 and 75 percentiles (dash lines), 5 and 95 percentiles (solid lines) along with measured capillary pressure (black points). Results for depths X261 m (top) and X262.7 m (bottom)

To balance such a limitation, the model could take benefit from being applied within the same facies in a multi-well or multi-reservoir configuration to ensure a uniform exposure and sensitivity to all petrophysical parameters. Conversely, this method is a unique opportunity to evaluate the exact added value of each source of data (log and core), their domain of redundancy and missing areas, to the facies characterization process at well and filed scale.





petrophysical trend as trained from the massive reservoir section. Black dashed line: new trend from the clayey section.

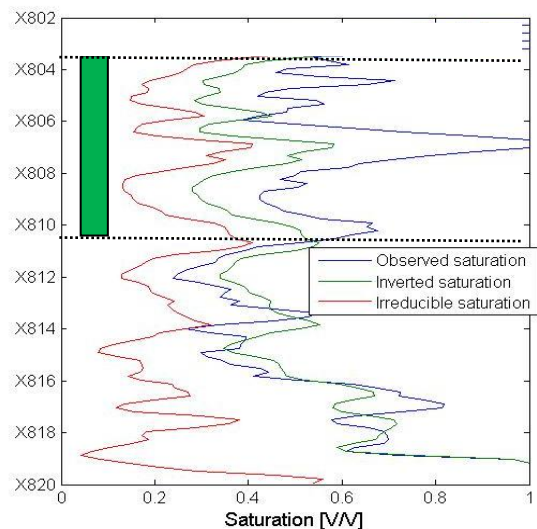
The inversion results are compared to the previous reservoir section in terms of  $K.P_d$  in Figure 16. The same continuum of inverted petrophysical properties is still applicable for porosities larger than 22 pu (pink dashed line) but the trend diverge for porosities lower than 21 pu (black dashed line) with increase of the  $K.P_d$  ratio (for same  $\lambda$  parameter). This, irrespective of  $\lambda$ , can be due to better permeabilities and/or higher displacement pressures (hence lower reservoir properties).

To chose between these two opposite scenarios, inversion results for saturation in the hydrocarbon zone are displayed in Figure 17. The interval is clearly more heterogeneous than the previous one. Some levels have high clay content with significant irreducible water saturations. Saturation in the X820 and X810 m interval globally fits resistivity and particularly the transition zone. However, a larger misfit remains between X804 and X810 m (green tag). Different reasons can explain such a behavior: non-adapted Archie parameters or change of petro-facies (inversion to be run with at least 2 facies over the interval).

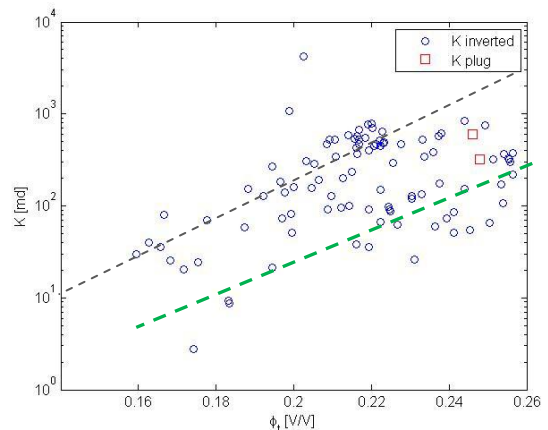
The inverted permeabilities over the hydrocarbon zone are compared to the two laboratory measurements from side wall cores (at depths X809 and X814.5 m), cf. figure 18. They both lie roughly within the inverted  $k$ - $\Phi$  trend. However, the inversion highlights two permeability trends (black and green dashed lines) not captured by the plug measurements. Furthermore, all points around the green dashed line (lower  $k$ - $\Phi$  trend) are located within the X809 and X810 m interval (cf. green tag in Fig. 17). Both, dynamic properties and saturations lead to the same conclusion that the interval is composed of a different facies of lower reservoir properties above X810 m that cannot be inverted with same parameters.

This conclusion is coherent with the result obtained in terms of capillary pressures. Indeed, one single  $\lambda$  parameter cannot fit optimally the two plug data; the parameter was left free in the hydrocarbon zone and converged towards distinct values at 0.7 and 0.4 respectively above and below X810 m. After that adjustment, the inverted capillary pressure curves match the two plug measurements, cf. figure 19. Two curves were added on the graph: the mean capillary curve obtained for each sub-facies above and below X810 m.

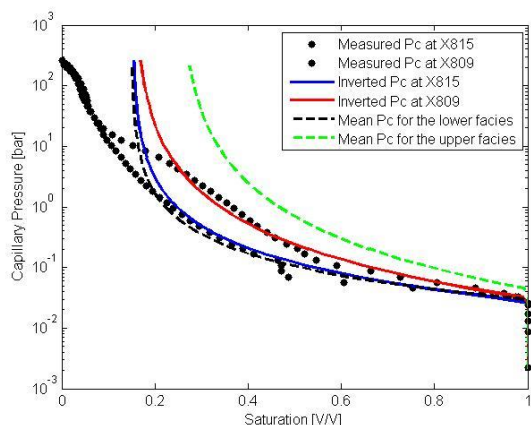
The inverted capillary pressure at X815 (blue) is very close to the mean capillary curve of the deeper sub-facies (X840 and X810 m – black dashed line) while the result at X809 m (red) is halfway between the capillary curves of the two sub-facies. Indeed, this plug is close to the X810 m limit and cannot be accurately resolved by the log data from which average  $P_c$  curves at resistivity scale are extracted. This illustrates one of the aspects of the petrophysical inversion: it captures dynamic and petrophysic properties at well scale. Any mismatch with plug data is consequently not only a question of model but can also highlight an up-scaling issue in case of heterogeneity.



**Fig. 17** Inverted (green) and resistivity-derived (blue) water saturations along with NMR-derived irreducible water saturation (red)



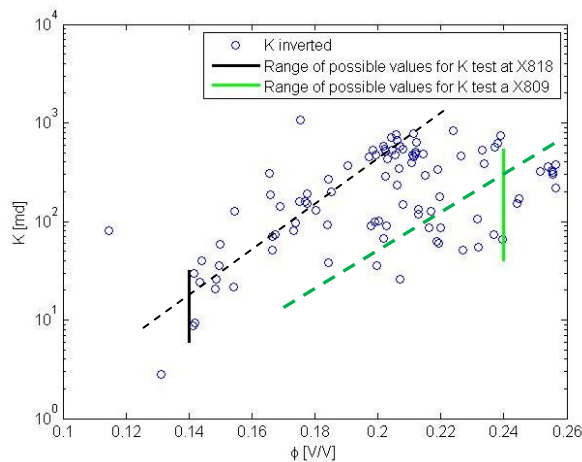
**Fig. 18** Inverted permeability within hydrocarbon zone function of total porosity (blue circles) along with plug permeabilities acquired on plugs (red squares)



**Fig. 19** Inverted capillary curves for depths X815 (in blue) and X809 (in red), measured curves for same (black points) with mean capillary pressure curves for the two facies of the study interval (green dash line for X804-X810 and black dash line for X810-X820)

To illustrate this issue of upscaling, instead of comparing inverted permeabilities with plugs, results were plotted against the two long build-up permeabilities acquired at X809 and X818 m after sampling – figure 20. Due to the high uncertainty on the net thickness, obtained by different ways (imagery, log, sedimentology), the permeabilities are displayed as a range instead of a single value. The two samples illustrate the two clear facies behaviors: sample X818 m was run over the deeper facies. This facies is in line with the continuum encountered in the first study case (black dashed line) with simply a higher clay content and consequently downgraded dynamic behavior (permeability not exceeding 32 mD while a decade above when clean). The second sample at X809 m was run over a clearly different facies, out of the first continuum as proven by the different Pc model. The shift in the permeability trend (green dashed line) is captured by the log inversion while not by the scarce plug data. Inversion results are indeed quantitatively compliant with the large scale permeabilities. The post-sampling build up has an investigation of about 10 m around the wellbore over a 2 – 10 m thick interval. Such a scale is at the same order of magnitude as the deep resistivity vertical resolution. All petrophysical properties derived from log inversion are consequently averaged and up-scaled over such a log resolution. Consequently, the fit between inversion and sampling permeabilities in the  $k$ - $\Phi$  domain illustrates that the heterogeneity size of the formation of this study case is

right in between plug and resistivity scales.



**Fig. 20** Inverted permeability within hydrocarbon zone function of porosity (blue circles) along with range of values for permeabilities acquired with post-sampling long build-ups (black and green lines)

## CONCLUSION

The method presented in this paper proposes a complete petrophysical inversion of well logs by exploiting a source of information that was considered as a bias: the mud filtrate invasion. It can provide a reliable first guess of petrophysical and reservoir parameters at an early stage of the well evaluation over a consistent approach that solves petrophysical equations with logs. It can also fill the gap between core and test measurements in order to constraint the upscaling of petrophysical parameters. More than simply estimating independent properties, the approach builds a complete set of petrophysical laws for each reservoir facies. The method is applicable in every context, provided invasion can be captured by logs: thick uniform mono-facies reservoir or heterogeneous clayey multi-facies for example.

The next steps would be to generalize the method to solve simultaneously multiple facies made of different pore systems along with their intrinsic petrophysical laws. In addition, due to the recent increase in water base mud drilling, the equations should be revised to solve this opposite situation of water entering an oil bearing zone. This new context could bring an interesting added value for field simulation and production forecast by solving the imbibition process.

## ACKNOWLEDGMENTS

TOTAL for releasing the well results.

Our thanks also go to the R&D reservoir program leader, David Gourlay, as well as to TOTAL's expert in mathematics Peppino Terpolilli for their continuous support all along the developments.

## REFERENCES

- Alpak, F. O., Torres-Verdín, C., & Habashy, T. M. (2006). Petrophysical inversion of borehole array-induction logs: Part I—Numerical examples. *Geophysics*, 71(4), F101-F119.
- Alpak, F. O., Habashy, T. M., Abubakar, A., Torres-Verdin, C., & Sepehrnoori, K. (2011). A Multiplicative Regularized Gauss-Newton Algorithm and its Application to the Joint Inversion of Induction Logging and Near-Borehole Pressure Measurements. *Progress in Electromagnetics Research B*, 29, 105-138.
- Brooks, R. H., and A. T. Corey (1966), Properties of porous media affecting fluid flow, *J. Irrig. Drain. Div.*, 6, 61.
- Burdine, N. T. (1953), Relative permeability calculations from pore size distribution data, *Trans. AIME*, 198, 71.
- Chenevert, M. E., & Dewan, J. T. (2001). A model for filtration of water-base mud during drilling: determination of mudcake parameters. *Petrophysics*, 42(03).
- Kosugi, K. I. (1996). Lognormal distribution model for unsaturated soil hydraulic properties. *Water Resources Research*, 32(9), 2697-2703.
- Heidari, Z., & Torres-Verdín, C. (2012). Estimation of dynamic petrophysical properties of water-bearing sands invaded with oil-base mud from the interpretation of multiple borehole geophysical measurements. *Geophysics*, 77(6), D209-D227.
- Huet, C. C. 2005. Semi-Analytical Estimates of Permeability Obtained from Capillary Pressure. MS thesis, Texas A&M University, College Station, Texas (December 2005).
- Purcell, W. R. (1949). Capillary pressures-their measurement using mercury and the calculation of permeability therefrom. *Journal of Petroleum Technology*, 1(02), 39-48.
- Salazar, J. M., & Torres-Verdín, C. (2008). Quantitative comparison of processes of oil-and water-based mud-filtrate invasion and corresponding effects on borehole resistivity measurements. *Geophysics*, 74(1), E57-E73.
- Søndenå, E. (1992). An empirical method for evaluation of capillary pressure data. In *Proceedings of the Society of Core Analysts Third European Core Analysis Symposium* (p. p129).
- Swanson, B. F. (1981). A simple correlation between permeabilities and mercury capillary pressures. *Journal of Petroleum Technology*, 33(12), 2-498.
- Torres-Verdín, C., Alpak, F. O., & Habashy, T. M. (2006). Petrophysical inversion of borehole array-induction logs: Part II—Field data examples. *Geophysics*, 71(5), G261-G268.
- Van Genuchten, M. T. (1980). A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil science society of America journal*, 44(5), 892-898.
- Wu, J., Torres-Verdin, C., Sepehrnoori, K., & Delshad, M. (2001, January). Numerical simulation of mud filtrate invasion in deviated wells. In *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*. Society of Petroleum Engineers.
- Wu, J., Torres-Verdín, C., Sepehrnoori, K., & Proett, M. A. (2005). The Influence of Water-Base Mud Properties and Petrophysical Parameters on Mudcake Growth, Filtrate Invasion, and Formation Pressure.
- Xu, C., & Torres-Verdín, C. (2012, June). Saturation-height and invasion consistent hydraulic rock typing using multi-well conventional logs. In *SPWLA 53rd Annual Logging Symposium*. Society of Petrophysicists and Well-Log Analysts.
- Xu, C., & Torres-Verdín, C. (2013). Pore system characterization and petrophysical rock classification using a bimodal Gaussian density function. *Mathematical Geosciences*, 45(6), 753-771.

## NOMENCLATURE

$a$	Tortuosity factor	
FWL	Free water level	[m]
$g$	Gravity of earth	[m. s <sup>-2</sup> ]
	Cumulative response of resistivity tool	
$k$	Permeability	[mD]
$k_r$	Relative permeability	[mD]
LB	Lower bound constraints	
$m$	Cementation factor	
$n$	Saturation exponent	
$P$	Pressure	[bar]
$P_{form}$	Formation pressure	[bar]
$P_c$	Capillary pressure	[bar]
$P_d$	Displacement pressure	[bar]
$q$	Flow rate	[m <sup>3</sup> /s]
$q_{circ}$	Flow rate for dynamic filtration	[m <sup>3</sup> /s]
$R$	Resistivity	[ $\Omega$ .m]
$S$	Saturation	[V/V]
$S_t$	Total saturation	[V/V]
$S_w^*$	Normalized saturation	[V/V]
$S_{wirr}$	Irreducible saturation	[V/V]
$T_{circ}$	Duration of dynamic filtration	[s]
$T_{stat}$	Duration of dynamic+static filtration	[s]
UB	Upper bound constraints	
$V_{cl}$	Volume of clay	[V/V]
$V_f$	Volume of filtrate	[m <sup>3</sup> ]
$W$	Uncertainties matrix on the log measurements	
$x$	Unknown parameters	
$y$	Vector of logs measurements	
$\lambda$	Pore size distribution index	
$\mu$	Viscosity	[cp]
$\phi$	Effective porosity	[V/V]
$\phi_{cl}$	Clay porosity	[V/V]
$\phi_t$	Total porosity	[V/V]
$\rho$	Density	[kg/m <sup>3</sup> ]
<u>Units</u>		
pu	porosity unit	[0, 100]
V/V	volume ratio	[0, 1]
<u>Subscripts</u>		
$o$	oil	
$w$	water	
<u>Functions</u>		
$H(\cdot)$	Heaviside function: $H(x < 0) = 0$ , $H(x \geq 0) = 1$	
$\log(\cdot)$	logarithm in base 10	

## ABOUT THE AUTHORS



**Thibaud Vandamme** is graduated from INP-ENSEEIH. He is currently a PhD student with TOTAL and CERFACS. His research interests are petrophysics, numerical optimization and data assimilation.



**Emmanuel Caroli** is graduated from Ecole Normale Supérieure, Ecole des Mines de Paris and the IFP School in physical geology, petroleum geology and sedimentary basin modeling. He joined the TOTAL group in 2003 as mineral geochemist. After several positions abroad in exploration operations, he was appointed in 2009 at the scientific headquarter of TOTAL in Pau as Formation Evaluation specialist. He is now mostly devoting his time to R&D in the formation evaluation domain, software developments and trainings.



**Serge Gratton** is professor at the University of Toulouse, at Institut National Polytechnic of Toulouse and in the IRIT laboratory. He is also involved in the CERFACS-IRIT joint laboratory. Author of more than 80 papers in international, peer-reviewed journals, his expertise includes Numerical Optimisation, Data Assimilation and computing aspects. He is member of the editorial board of the OMS journal on optimisation and organiser of international conferences in optimisation.